



Преподавание математики в вузе на основе подхода МИТ

Цель работы заключается в применении междисциплинарного подхода преподавания высшей математики в техническом вузе. Внедрение междисциплинарного подхода направлено на формирование комплексных компетенций будущих инженеров, способных решать реальные задачи современной индустрии. Традиционные узкоспециализированные программы часто игнорируют интеграцию знаний из математики, информатики, физики, что приводит к разрыву между теорией и практикой. Междисциплинарный подход в преподавании базовых дисциплин формирует у студентов комплексный взгляд на свою будущую профессиональную деятельность, позволяет быстрее приспосабливаться к быстрому изменению технологических процессов и внедрению в промышленность цифровых технологий. Это повышает конкурентоспособность выпускников на рынке труда, стимулирует научные публикации и соответствует стандартам качества высшего образования. В итоге вуз становится центром инноваций, готовя кадры для цифровой трансформации.

Методы. Чтобы повысить академическую успеваемость и стимулировать интерес студентов к трудным предметам вроде математики и информатики, рекомендуется внедрить образовательную модель МИТ (математика, информатика, техника). Эта модель предполагает активное применение передовых программных инструментов при освоении высшей математики, физики и базовых профессиональных курсов. Благодаря МИТ удастся отказаться от ручного решения абстрактных задач на бумаге в пользу специализированных математических пакетов, которые обеспечивают как аналитические, так и численные методы решения дифференциальных

уравнений и интегрирования. В итоге информатика превращается в мощный инструмент математического обучения.

Результаты. В статье показана методика внедрения образовательного подхода МИТ на занятиях по высшей математике в вузах. В статье показано математическое описание геометрической задачи, показаны методы аналитического и численного решения поставленной задачи, а также графической интерпретацию полученного решения. Аналитическое и численное решение предложено сделать с помощью математического пакета *SMath Studio*. Продемонстрирована возможность применения языка программирования Python для решения поставленной задачи с дополнительными ограничениями.

Заключение. Рассмотренный в статье образовательный подход МИТ подразумевает изучение математики и информатики на примере физических или технических задач. Такой подход позволяет перейти от изолированного изучения абстрактных формул к интеграции математики с инженерными и естественно-научными дисциплинами. Практические задания по высшей математике в МИТ-формате строятся как междисциплинарные проекты, где математика, информатика, физика и инженерия выступают как единый инструментарий. Такой подход позволяет более эффективно использовать ресурсы вуза и цифровые платформы, поскольку одной и той же задаче уже удастся сочетать и теорию, и практику, и инструментальную составляющую.

Ключевые слова: МИТ (математика, информатика, техника); STEM, компьютерный пакет *SMath*, математическое образование в вузе.

Valery F. Ochkov, Anton I. Tikhonov, Yulia V. Shatskikh, I.A. Gavriliev

National Research University "MEI", Moscow, Russia

Teaching Mathematics at a University Based on the Approach of the Educational Model (Mathematics, Computer Science, Engineering)

The purpose of this paper is to apply an interdisciplinary approach to teaching higher mathematics at the technical university. The implementation of this interdisciplinary approach is aimed at developing comprehensive competencies in future engineers capable of solving real-world problems in modern industry. Traditional, highly specialized programs often ignore the integration of knowledge from mathematics, computer science, and physics, leading to a gap between theory and practice. An interdisciplinary approach to teaching basic disciplines develops a comprehensive view of students' future professional activities, allowing them to adapt more quickly to rapidly changing technological processes and the introduction of digital technologies into the industry. This increases graduates' competitiveness in the labor market, stimulates scientific publications, and meets higher education quality standards. As a result, the university becomes a center of innovation, preparing personnel for digital transformation.

Methods. To improve academic performance and stimulate student interest in challenging subjects such as mathematics and computer science, it is recommended to implement the educational model

(mathematics, computer science, and engineering). This model involves the active use of advanced software tools in higher mathematics, physics, and basic professional courses. This educational model eliminates the need to solve manually abstract problems on paper in favor of specialized mathematical packages that provide both analytical and numerical methods for solving differential equations and integration. As a result, computer science is becoming a powerful tool for mathematical education.

Results. This article presents a methodology for implementing the educational approach (mathematics, computer science, and engineering) in higher mathematics classes at universities. It presents a mathematical description of a geometric problem, demonstrates methods for solving it analytically and numerically, and provides a graphical interpretation of the resulting solution. The analytical and numerical solution is proposed to be achieved using the *SMath Studio* mathematical package. The possibility of using the Python programming language to solve the problem with additional constraints is demonstrated.

Conclusion. The educational approach (mathematics, computer science, and engineering) discussed in this article involves studying mathematics and computer science using physical or engineering problems as examples. This approach allows for a transition from the isolated study of abstract formulas to the integration of mathematics with engineering and natural science disciplines. Practical assignments in higher mathematics in the format of this educational model are structured as interdisciplinary projects, where mathematics, computer

science, physics, and engineering serve as a unified toolkit. This approach allows for more efficient use of university resources and digital platforms, as a single task combines theory, practice, and instrumental components.

Keywords: educational model (mathematics, computer science, and engineering); STEM, SMath software package, mathematics education at the university.

Введение

Базовая математика высших технических учебных заведений (вузов), как правило, состоит из трех курсов — *математический анализ*, *линейная алгебра* и относительно новый курс с условным названием *вычислительные методы*. Как правило, эти курсы читаются отдельно — параллельно или один за другим. Есть, конечно, и другие разделы математики, преподаваемые в технических университетах (теория вероятностей и математическая статистика; дискретная математика и т.д.), но они есть далеко не во всех вузах и/или факультетах. И только три вышеперечисленных курса в том или ином объеме читаются повсеместно.

Зачастую, преподавателям, читающим курсы, посвященные решению прикладных научно-технических задач, приходится сталкиваться с ситуацией, когда у студентов либо отсутствуют, либо недостаточны знания по базовой математике, то есть студенты математический анализ и линейную алгебру «сдали», но пользоваться полученными знаниями не умеют. Решить математическую задачу студенты могут, а сделать математическое описание простой физической или технической задачи — нет. Получается, что высшая математика, которая бесспорно является фундаментом всех базовых дисциплин в технических вузах, по сути остается абстракцией, которую студенты не умеют использовать при изучении других дисциплин. В то же время для изучения высшей математики

в учебном плане выделяется существенная доля времени.

Описанная проблема проявилась не вчера. Многие связывают это с переходом на болонскую систему, что повлекло сокращение срока обучения специалистов и уменьшение доли общепрофессиональных дисциплин. Также нельзя не отметить, что с введением ЕГЭ у школьников, а затем и у студентов существенно изменилась сама цель образования. В то время как преподаватели вузов по-прежнему рассматривают образование как систему получения профессиональных знаний и навыков на основе фундаментальных дисциплин, для студентов — вчерашних школьников, сдавших ЕГЭ — образование необходимо, чтобы сдать тест, получить нужный балл и в конечном итоге диплом. В процесс получения именно знаний как таковых, студенты стараются не погружаться, изучая только тот минимум, который позволяет сдать экзамен или зачет. А после получения аттестации по дисциплине, знания оказываются не нужными. Такая проблема наблюдается не только по высшей математике, но и по большинству общепрофессиональных дисциплин. Еще одной объективной причиной данной ситуации является оторванность фундаментальных дисциплин от бедующей профессии студентов. Анонимное анкетирование студентов показывает, что они зачастую не понимают, зачем они изучают ту или иную дисциплину, ведь знания по ней в их будущей профессиональной деятельности не потребуются. Например, эксплуатация энергетического

оборудования довольно далека от математического анализа. Если студенты ориентируются на проектный вид деятельности, то при проектировании того же энергетического оборудования они в основном используют готовые методики, а не решают самостоятельно дифференциальные уравнения, описывающие процессы в этом оборудовании. В этом случае знания по высшей математике, на изучение которой потрачено значительное время, силы и нервы, остаются не востребованными. Все выше сказанное объясняет низкую мотивацию студентов при изучении высшей математики и других фундаментальных дисциплин.

Одной из причин сложившейся ситуации также по мнению авторов является следующее обстоятельство: реальная практика преподавания в вузе по-прежнему остается дисциплиноориентированной, в то время как результаты обучения образовательные стандарты обозначают как совокупность компетенций. Например, в ФГОС ВО по направлению 13.03.01 формулировка одной из общеобразовательных компетенций (ОПК) по фундаментальной подготовке звучит так [8]: способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач. Такая формулировка подразумевает, что студент не просто изучит физику и математику, но и сможет применять эти знания в своей профессиональной деятельности. Факти-

чески знания по математике, которые получают студенты в вузе, остаются отвлечено-абстрактными, привязка их профессиональной деятельности отдается на откуп преподавателей профессиональных дисциплин. Но профессиональные дисциплины изучаются в 6-8 семестрах, а математика на 1-3. Таким образом, когда знания по математике необходимы, студенты их основательно забыли.

Примерно такая же ситуация по общепрофессиональным компетенциям, формирующим информационную культуру [1]:

ОПК-1. Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности;

ОПК-2. Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения.

Здесь также прописана необходимость использовать полученные знания и навыки в своей профессиональной деятельности. Но информатика, программирование и алгоритмизация, информационные технологии изучаются на первом курсе, когда студенты в массе своей имеют довольно смутное представление о своей профессиональной деятельности.

В итоге получается, что общепрофессиональные дисциплины, обеспечивающие фундаментальную подготовку, изучаются на 1-3 семестрах, а профессиональные дисциплины — на 6-7 семестрах. С одной стороны такая последовательность вполне логична, с другой стороны — студенты теряют свои фундаментальные знания, когда близко соприкасаются с профессиональной деятельностью.

Одним из способов решить обозначенную проблему является использование так называемого «перевернутого

учебного плана» [2]. Концепция перевернутого учебного плана заключается в следующем: вместо фундаментальных теоретических дисциплин на младших курсах и профильных практико-ориентированных дисциплин на старших курсах, в начале обучения студенты сталкиваются с практико-ориентированными и проектными дисциплинами, а систематическая теория и углубление базовых знаний переносятся на более поздние курсы. Идея заключается в том, чтобы опираться на опыт, интерес и мотивацию, сформированные в процессе решения реальных задач, чтобы затем «подтянуть» теоретическую базу под уже освоенные практические навыки. В таком формате учебный план становится более практико-ориентированным, проектным и персонализируемым, в то же время опираясь на требования ФГОС, но перестраивает порядок освоения материала: сначала прикладное, затем фундаментальное, а не наоборот. Такой подход призван сократить разрыв между учебной и реальной профессиональной деятельностью, повысить вовлеченность студента, а также позволить ему осознанно выбирать углубления и специализации на основе накопленного опыта.

Концепция «перевернутого учебного плана» имеет серьезные теоретические и практические изъяны, делает ее массовое внедрение в вузы весьма рискованной [3]. В первую очередь, она подрывает базовую академическую подготовку, так как перенос системной теории на старшие курсы создаёт ситуацию, когда студенты приступают к сложным прикладным и проектным задачам без надёжного фундамента: это повышает вероятность формального, «поверхностного» усвоения и технически некорректных решений.

Во-вторых, изменение порядка обучения снижает мо-

бильность между образовательными программами и вузами, ведь в классической модели именно базовая теория обеспечивает единый «язык» и рамки ФГОС, тогда как практико-ориентированные модули слишком разнообразны и методически не унифицированы. В-третьих, усиление проектных и прикладных дисциплин на младших курсах может перегрузить студентов, не готовых ментально и эмоционально к интенсивной самостоятельной работе.

Наконец, перевернутый план затрудняет системное управление качеством и аккредитацию, так как уходит от чёткой иерархии знаний и превращает образовательную программу в менее прогнозируемую «фрагментированную» конструкцию, где трудно выявить системные дефициты и корректировать их через единую теоретическую базу. В результате концепция, несмотря на свою прогрессивную риторику, рискует трансформироваться из решения в источник дополнительных проблем для качества базового профессионального образования.

Более перспективным на наш взгляд является использование новых методик преподавания. Например, рассматривается расширение принципа междисциплинарности [4], включение в дисциплины элементов проблемного обучения [5], внедрение проектных технологий обучения [6-8], приобщение студентов к научно-исследовательской деятельности [9].

Все перечисленные технологии позволяют в первую очередь повысить интерес студентов к изучению общепрофессиональных дисциплин. Авторы предлагают изучение математики в технических вузах проводить в рамках дисциплины МИТ: математика, информатика, техника. Математические задачи решаются на примере физических или

технических процессов, которые можно описать не только аналитически, но решить с помощью информационных технологий. Зарубежным аналогом такого подхода является методика STEM [10, 11].

Использование запоминающихся сюжетов с постановкой несложных задач, требующих для своего решения применения нескольких различных разделов базовой математики, позволяет, во-первых, снять у студентов страх перед решением задач, во-вторых, показать, как и для чего используются математические понятия и методы, в-третьих, активизировать математические знания, а в-четвертых, показать, что решение задач может быть увлекательным занятием [10, 12].

Очевидно, что подход STEM/МИТ предъявляет особые требования к квалификации преподавателя. Не секрет, что далеко не все математики владеют методами численного решения задач, могут сформулировать математическую задачу на практическом примере. С другой стороны, квалифицированные преподаватели по информатике не всегда готовы четко описать математическую постановку задач, которые они решают с помощью информационных технологий. Предлагаемый подход МИТ требует создания новой методической базы [13–16]. Авторы предлагают на примере простой задачи рассмотреть применение разделов высшей математики для аналитического решения и прикладных математических пакетов для численного решения.

Постановка задачи

В романе Жюль Верна «Двадцать тысяч лье под водой» [17] дано описание подводной лодки капитана Немо: «Наутилус», составленного из трёх геометрических тел (рис. 1) — двух одинаковых по высоте (наше допущение) прямых

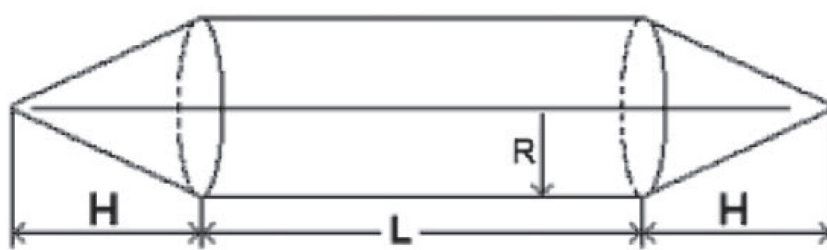


Рис. 1. Схема задачи о подводной лодке «Наутилус»

Fig. 1. Diagram of the problem about the submarine “Nautilus”

круговых конусов (нос и корма лодки) и прямого кругового цилиндра — корпус лодки. Радиусы оснований конусов и цилиндра равны. Известны объём лодки ($1500,2 \text{ м}^3$) и площадь её наружной поверхности ($1011,45 \text{ м}^2$). Размеры «Наутилуса» не известны. Постараемся определить их на основе трех разделов математики: *математический анализ, линейная алгебра и вычислительные методы*.

Постановка задачи следующая: необходимо определить размеры подводной лодки — радиус основания двух конусов и цилиндра R , высоты двух конусов (длину носа и кормы) H , а также высоту цилиндра (длину корпуса) L (см. рис. 1).

Округлим эти данные и примем, что $V = 1500 \text{ м}^3$ и $S = 1000 \text{ м}^2$.

Задача сводится к решению системы двух нелинейных алгебраических уравнений (уравнения для объёма лодки и уравнения её наружной поверхности) с тремя неизвестными R , H и L . Система получилась *недоопределенной*, т.к. число неизвестных (три) больше числа уравнений (два). Тем не менее, мы постараемся её решить.

Аналитическое решение задачи

Любое уравнение или систему уравнений сначала нужно постараться решить аналитически (символьно) — точно и с определением всех ответов (корней) абсолютно, а потом уж при необходимости прибегнуть к численным методам. На

рис. 2 показано, как это (аналитическое решение) можно сделать на компьютере в среде физико-математического пакета SMath Studio [18].

На рис. 2 показан ввод в расчёт функций с именами $v(H, L, R)$ и $s(H, L, R)$, возвращающих объём и площадь поверхности подводной лодки в зависимости от вышеотмеченных искомых величин. Эти две функции имеют имена, прописанные строчными (маленькими) буквами. В расчёте будут использоваться эти две буквы и в заглавном написании. Они будут хранить конкретные значения объёма и наружной поверхности подводной лодки.

Далее инструментами символьной математики пакета Maple (аналитическое решение уравнения), являющихся дополнением пакета SMath, формируются функции $L(H, R)$, $H1(R)$ и $H2(R)$. Две последние функции отображаются на графике после ввода числовых значений параметров V и S — объёма и площади поверхности подводной лодки. Получились, во-первых, две разомкнутые кривые, стремящиеся в плюс/минус бесконечность при стремлении аргумента R к нулю справа и слева, и, во-вторых, одна замкнутая кривая в виде овала.

Ниже графика ведётся расчёт параметров лодки H и L при трёх заданных значениях R : минус два метра (область левой кривой на рис. 2), плюс два метра (область средней кривой) и 3.7 м (правая область с замкнутой овальной кривой).

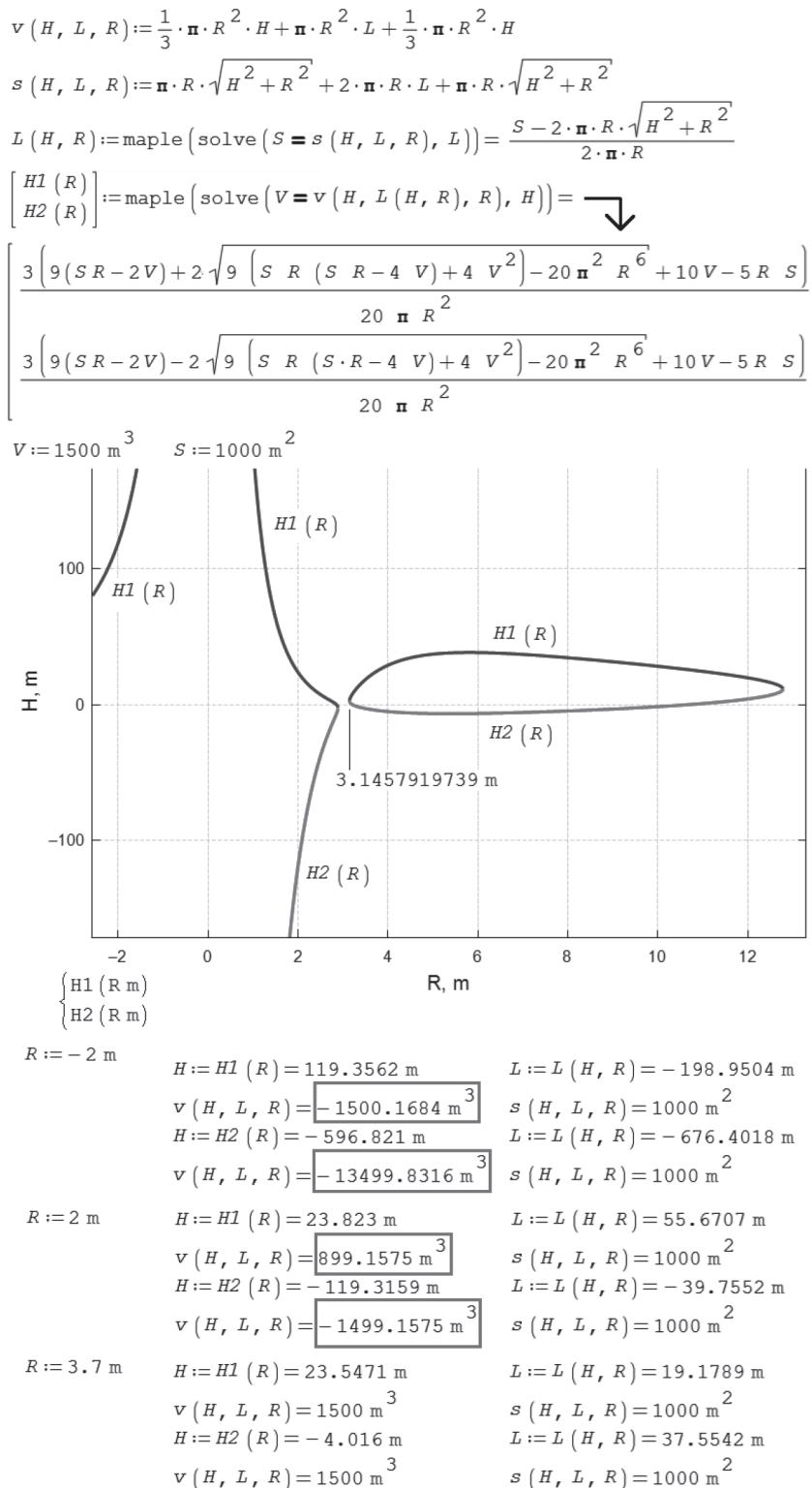


Рис. 2. Аналитическое решение задачи (две явные функции)

Fig. 2. Analytic solution of the problem (two explicit functions)

Из расчётов нижней части рисунка 2. видно, что две разомкнутые кривые в левой части графика — это ложные (физически нереализуемые решения) [19]. При $R = \pm 2$ м уравнение площади поверхности превращается в тождество,

а уравнение объёма — нет (см. квадратные рамки на рис. 2). При $R = 3,7$ м оба уравнения превращаются в тождества, и это подтверждается на всем диапазоне аргументов под замкнутой кривой. Если значение длины носа и кормы (L) по-

лучается меньше нуля, то это означает, что эти две части лодки не выступают из корпуса, а вдавлены в него. С математикой точки зрения такое решение допустимо, но для реальной подводной лодки такая форма корпуса не подходит.

Отсечь лишние кривые на рисунке 2 можно и таким путем — средствами численной математики построить график неявной функции $f(H, R)$, полученной через аналитическое решение объёма и уравнения поверхности по переменной L . Эти действия показаны на рис. 3, где никаких «левых» разомкнутых кривых из рис. 2 не наблюдается, а есть только одна замкнутая кривая, отображающая множество решений системы двух уравнений с тремя неизвестными.

Если применить экосистему Python, где для аналитического решения используется библиотека SymPy [20], то ответ (высота H) получается в таком виде:

$$H = \frac{3 \left(\pm \sqrt{9S^2 R^2 - 36SVR + 36V^2 - 20\pi^2 R^6} \right)}{10\pi R^2}.$$

Решение, естественно, такое же, что и полученное с помощью SMATH Studio. С помощью математических пакетов можно визуализировать решение и проанализировать физическую реализуемость решения задачи — см. рис. 7.

Итак, непогрешимость аналитических методов решения задач пошатнулась. Решение символьной (аналитической) математики нужно оценивать с позиции «здравого смысла». Эта ошибка, кстати, присутствует и в самых мощных математических программах — Maple и Mathematica. А неверный ответ намного опаснее отсутствия ответа.

Численное решение

На рис 4 показано численное решение задачи с использованием метода Нью-

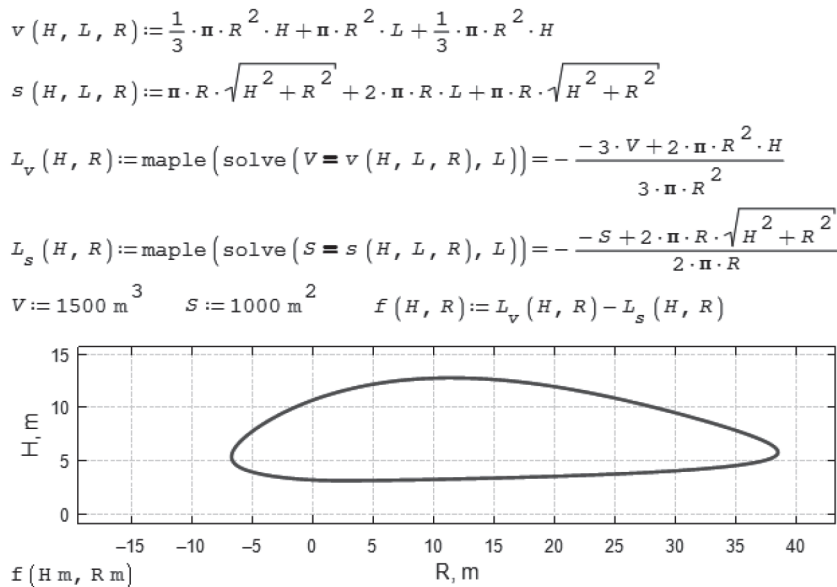


Рис. 3. Аналитическое решение задачи (одна неявная функция)

Fig. 3. Analytic solution of the problem (one implicit function)

тона — найдены два корня на пересечении прямой уравнения объёма и кривой уравнения поверхности. Метод Ньютона при поиске нуля функции одного неизвестного использует производную этой функции. Если же функций несколько — две и более, то приходится иметь дело не с одиночной производной, а с частными производными, образующими так называемую матрицу Якоби. Формирование такой квадратной матрицы встроено в SMath Studio в виде функции с именем Jacob, но мы специально продублировали ручной ввод этой матрицы с частными производными, чтобы акцентировать внимание на линейной алгебре — рис. 4.

В решении на рис. 4 сошлись математический анализ (работа с производными — с частными производными), линейная алгебра (формирование квадратной матрицы Якоби с последующим её инвертированием — возведением в минус первую степень) и численные методы (вычислительная математика). В частности, в расчете использован особый цикл — гибридный цикл с параметром (for) и цикла с предпроверкой (while). В этом

плане следует также отметить, что пакет SMath Studio — это единственное компьютерное вычислительное средство, имеющее встроенные операторы «примерно равно» и «не примерно равно», широко востребованные в математике приближенных вычислений — в прикладной (вычислительной) математике.

Систему уравнений, показанную на рис. 4, можно назвать полулинейной или полунелинейной — одно из двух уравнений системы линейное. Из-за этого использование её для иллюстрации метода Ньютона оказалось не совсем удачным — шаги итерации (пунктиры на рис. 4) прямолинейные. Другое дело полностью нелинейная система — рис. 5 и 6.

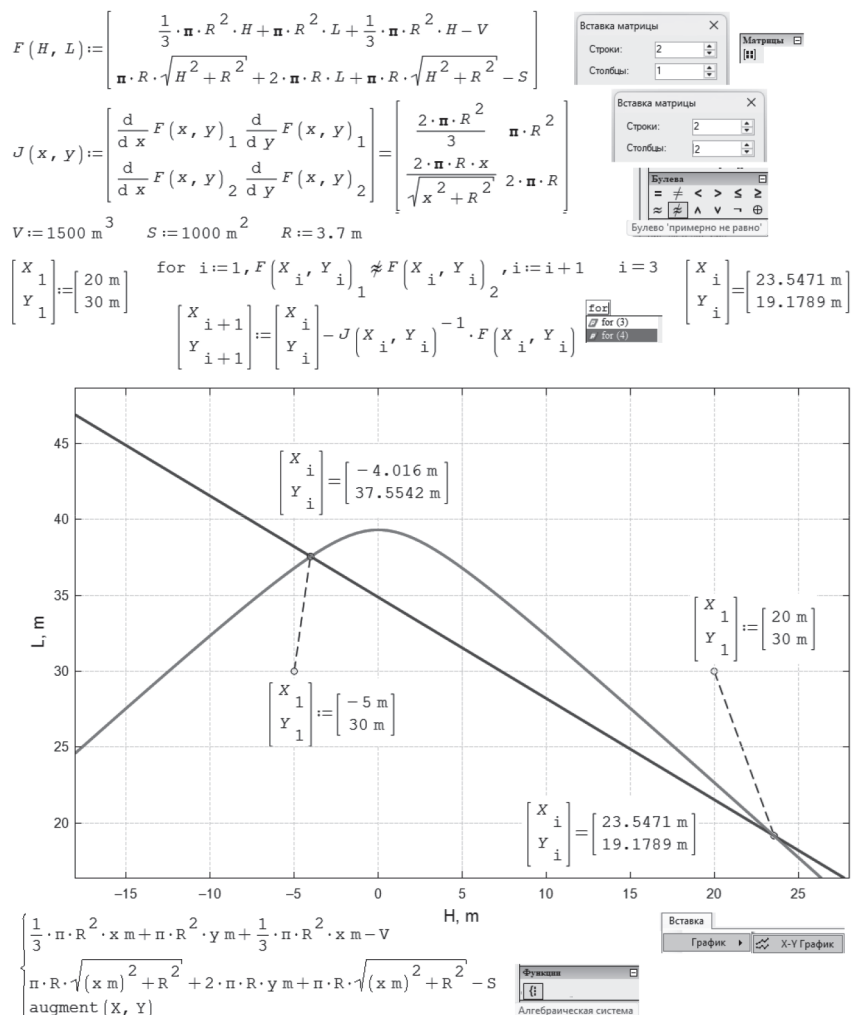


Рис. 4. Решение задачи методом Ньютона

Fig. 4. Solving the problem by Newton's method

Графическая интерпретация решения системы уравнений

В среде SMath Studio есть встроенные средства численного решения систем нелинейных уравнений (функция `roots`), но она имеет ряд недостатков. Во-первых, эта функция не может работать с единицами измерения. Вернее, может, но после некоторых ухищрений, связанных с лишением размерности величин внутри вычислительной процедуры. Графика пакета SMath Solver тоже не может непосредственно работать с размерными величинами. Приходится в аргументы графиков вставлять нужные единицы измерения — см. рис. 2, 3 и 4.

Во-вторых, эта функция не оставляет след на графике решения задачи. А он у нас есть — см. пунктир на рис. 4. Получился прямой пунктирный отрезок от первого приближения до решения — пересечения линий. Но на самом деле там находится ломаная линия, последние изломы которой расположены вблизи ответа. И, в-третьих, метод Ньютона виден «как на ладони» — в теле цикла `for-while` прописано, что очередное приближение — это предыдущее приближение, из которого вычи результат произведения обратной матрицы Якоби (J) на вектор значений невязки решаемой системы уравнений.

Можно менять значения переменной R и получать новые решения для переменных H и L — аналитически (рис. 2) или численно (рис. 4). Результаты таких расчётов (перемещение по замкнутой кривой, показанной на рис. 2) в виде контуров подводной лодки (конус-цилиндр-конус) показаны на рис. 5, где для сравнения помещено одно из изображений подводной лодки «Наутилус».

Если снять сделанное нами допущение о том, что длина кормы и носа лодки одинаковые, то неизвестных у системы

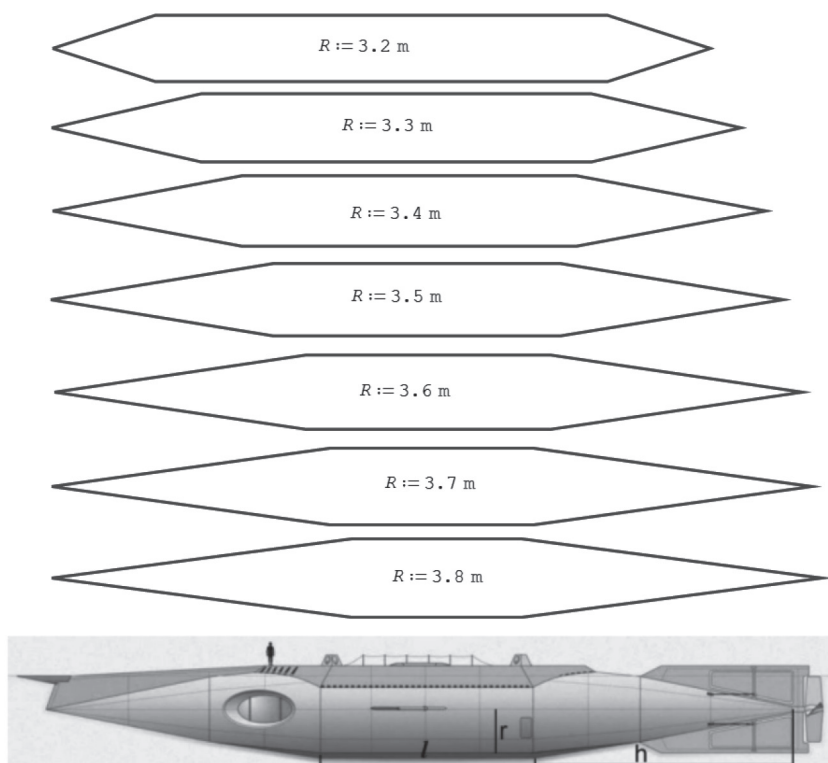


Рис. 5. Профиль подводной лодки при различных её диаметрах
Fig. 5. Submarine profile with different diameters

двух уравнений окажется не три, а четыре: $H1$, L , $H2$ и R . В этом случае множество решений будет находиться не на замкнутой кривой, а на замкнутой поверхности — см. рис. 6. Она прорисована в двух вариантах — полностью и с некоторыми отброшенными участками: $H1$ и $H2$ меньше нуля, а R больше 10 метров.

Как в среде SMath Studio построить поверхности, показанные на рис. 9, было подсказано на форуме пользователей пакета — см. <https://smath.com/en-US/forum/topic/7ayA6a-460/Maple-Tools>: вызов инструмента `implicitplot3D` из приложения Maple.

Использование средств экосистемы Python позволяет ввести в задачу ограничения [12], отвечающие за комфортность пребывания на «Наутилус». На рис. 7 приводятся визуализированные зависимости между H , R и L при ограничениях, связанных с условиями для экипажа. Заодно на занятии строится интерактивное приложение, позволяющее менять

точку наблюдения (вращать рисунок вокруг координатных осей).

Задача о подводной лодке «Наутилус» решается на третьем занятии по новой учебной дисциплине МИТ [21] и позволяет на одном сюжете с различных точек зрения в зависимости от аудитории обсуждать вопросы решения систем нелинейных уравнений, существования и физической реализуемости решений, различных символьных и численных подходов, наглядного представления и интерпретации полученных результатов.

Стоит сказать, что графическая интерпретация аналитического или численного решения является прекрасным инструментом анализа полученного решения. Кроме того, визуализация повышает интерес студентов к решению задач. Например, решение системы линейных и нелинейных уравнений может быть абстрактной отвлеченной задачей из разряда «решил и забыл», а может «врезаться в память» как яркая

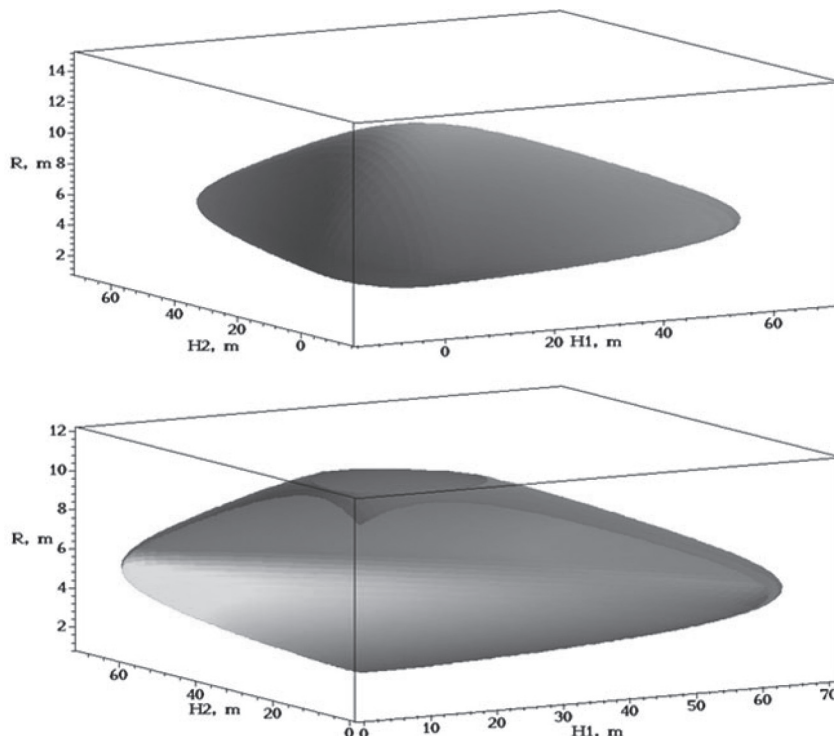


Рис. 6. Поверхности решения задачи с четырьмя неизвестными
Fig. 6. Solution surfaces of a problem with four unknowns

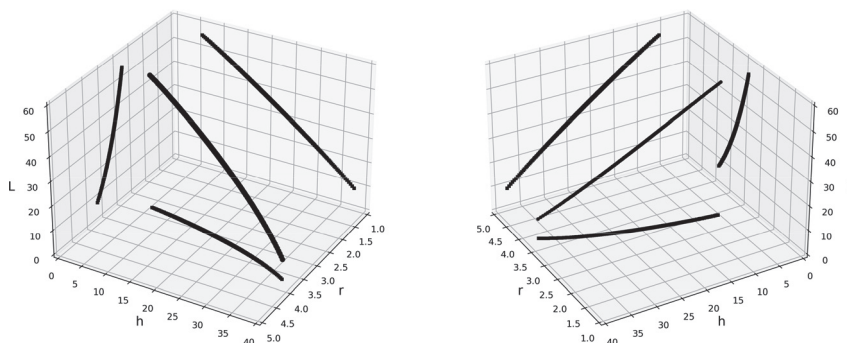


Рис. 7. Соотношения между геометрическими параметрами «Наутилуса», соответствующие комфортным условиям для экипажа с разных точек наблюдения

Fig. 7. Relations between the geometric parameters of the “Nautilus”, corresponding to comfortable conditions for the crew from different points of observation

иллюстрация возможностей высшей математики.

На рис. 8 показано, как в расчёт вводится выражение для овала Кассини (функция с именем f), а затем на его основе формируются выражения для овала Толстого (f) [22] и для лемнискаты Бернулли (f_2). Эти две замкнутые кривые четвертого порядка показаны ниже на рис. 9, где лемниската Бернулли сдвинута слегка вправо и вниз от начала координат на величину 0.5. Далее на рис. 8 задаются функ-

ция-вектор с именем F и уже нам известная квадратная матрица её частных производных по двум аргументам — матрица Якоби (J). Она рассчитывается через встроенную в SMATH функцию Jacobian. Затем задается первое предположение — значения первых элементов векторов X и Y . Остальные элементы этих векторов задаются в цикле `for` последовательными итерациями. Все это готовится для графического отображения — заносится в переменную `Plots`.

Линии с точками в местах излома отображают шаги итерации поиска корней системы уравнений — точек пересечения овала Толстого и лемнискаты Бернулли. Рис. 9 — это коллаж четырёх рисунков с трассировкой поиска корня от четырёх точек начального предположения.

Прямоугольную область, показанную на рис. 9, можно раскрасить в пять цветов, соответствующих четырем корням, пятая подобласть — отсутствие решения.

На рис. 10 показаны зоны притяжений (зоны влияния) решений системы двух уравнений, первое из которых — это «уравнение сердца» (кривая шестого порядка), а второе — линейное уравнение стрелы, понижающей сердце (кривая нулевого порядка). Получился довольно интересный портрет в трех красках: светло-фиолетовый — это зона притяжения левого корня, темно-фиолетовый — правого корня, а черный — это зона отсутствия решения. Желтые кружочки у висков портрета — это два решения.

Заключение

Опыт преподавания высшей математики в вузе показывает, что зачастую студент не видит связи между лекцией по дифференциальным уравнениям или линейной алгебре и реальными задачами, с которыми ему предстоит столкнуться в специальности. Предлагается несколько вариантов разрешения сложившейся ситуации. Наиболее перспективным является внедрение подхода МИТ (математика, информатика, техника), который подразумевает изучение математики и информатики на примере физических или технических задач. Такой подход позволяет перейти от изолированного изучения абстрактных формул к интеграции математики с инженерными и естественно-научными дисциплинами.

```
f(x, y, a, c) := (x^2 + y^2)^2 - 2 * c^2 * (x^2 - y^2) - (a^4 - c^4)  Овал Кассини
f1(x, y) := f(x, y, sqrt(2), 1)  Овал Толстого
f2(x, y) := f(x - 0.5, y - 0.5, 2, 2)  Лемниската Бернулли
F(x, y) := [f1(x, y), f2(x, y)]
J(x, y) := Jacobian(F(x, y), [x, y])
[X1, Y1] := [-1, 3]
n := 30
for j in [1..n]
    [Xj+1, Yj+1] := [Xj, Yj] - J(Xj, Yj)^-1 * F(Xj, Yj)
Plots := [f1(x, y), f2(x, y), augment(X, Y), augment(X, Y, ".", 3, "green")]
```

Рис. 8. Запись шагов поиска корня (решений) системы уравнений
Fig. 8. Recording the steps for finding the root (solutions) of a system of equations

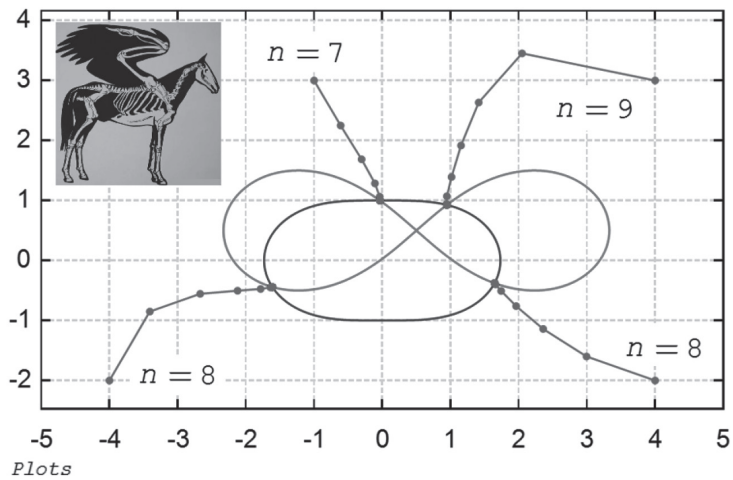


Рис. 9. Графическое отображение решения системы двух уравнений методом Ньютона
Fig. 9. Graphical display of the solution of a system of two equations by Newton's method

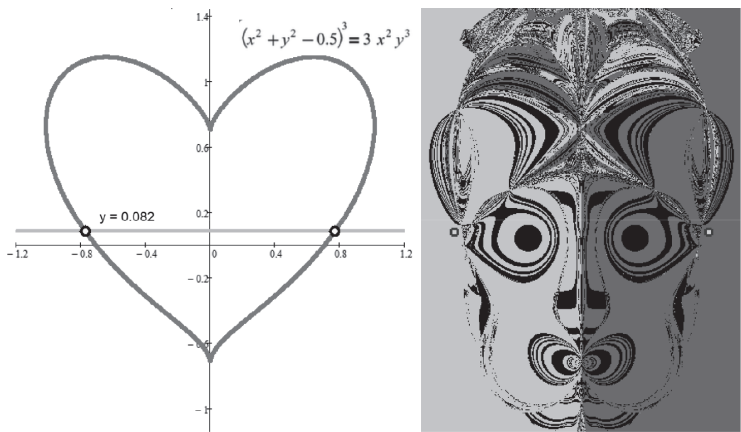


Рис. 10. Графическая интерпретация областей притяжения корней системы двух уравнений
Fig. 10. Graphical interpretation of the areas of attraction of the roots of a system of two equations

В формате МИТ высшая математика становится инструментом: например, численное моделирование температурных полей в конструкциях, расчеты динамики систем, анализ статистики производственных процессов. Это усиливает мотивацию, так как студент осознаёт, зачем ему нужен тот или иной раздел курса, и формирует устойчивые остаточные знания.

Практические задания по высшей математике в МИТ-формате строятся как междисциплинарные проекты, где математика, информатика, физика и инженерия выступают как единый инструментарий. Например, задача может звучать как «Смоделируйте переходный процесс в электрической цепи с помощью систем дифференциальных уравнений и визуализируйте результаты в Smath или Python». В такой работе студент не просто берет интегралы, а использует математический аппарат для построения и анализа модели, интерпретации данных, оценки погрешности

Такой подход позволяет более эффективно использовать ресурсы вуза и цифровые платформы, поскольку одной и той же задаче уже удастся сочетать и теорию, и практику, и инструментальную составляющую. Вместо разрозненных семинаров по математике, лабораторных работ по физике и отдельного курса по программированию студент получает цельный, проектно-ориентированный модуль, где высшая математика становится живым и удобным для применения инструментом, а не набором формул к зачёту. В итоге, внедрение подхода МИТ на примере практических заданий по высшей математике повышает не только качество освоения курса, но и готовность студентов к решению сложных задач в профессиональной деятельности.

Литература

1. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 28.02.2018 г. № 143 Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования — бакалавриат по направлению подготовки 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника.
2. Волков А.И., Лукин В.Н., Чернышов Л.Н. «Перевернутый» учебный план — это решение или проблема? // Моделирование и анализ данных. 2023. Т. 13. № 2. С. 206—214. DOI: 10.17759/mda.2023130212.
3. Филиппович А.Ю. Мы были первыми, кто предложил новую модель организации учебного процесса, которая строится на «перевернутом» учебном плане // Системный администратор. 2019. № 3(196).
4. Шамайло О.Н., Булычева Ю.В. Вопросы реализации деятельностного подхода при обучении математике студентов технических вузов в условиях трансформации требований к образовательным результатам // Мир науки. Педагогика и психология. 2022. Т. 10. № 6.
5. Кленина Л.И., Бурковская М.А. Междисциплинарность как важнейший фактор модернизации технического образования // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика. 2020. № 3. С. 124—130.
6. Рубанова Н.А., Галич Ю.Г., Долгова Л.В. К вопросу о проблемном обучении математике в технических вузах // Мир науки. Педагогика и психология. 2019. № 2.
7. Бадак Б.А., Бровка Н.В. О принципах практико-ориентированного обучения математике студентов технического университета // THEORIA: журнал исследований в образовании. 2023. № 4(2). С. 11—21. DOI: 10.5281/zenodo.10544751.
8. Борисова Е.В. Инженерная педагогика: проектные технологии в курсе высшей математики // Бизнес. Образование. Право. 2020. № 1(50). С. 373—377.
9. Далингер В.А. Учебно-исследовательская работа студентов в процессе обучения математике // Евразийский Союз Ученых. 2018. № 2(47). С. 12—15.
10. Jones A.Z. Teaching STEM For Dummies — Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2025. 406 с.
11. Wuthrich R., Ayoubi C.E. Numerical Methods for Engineering and Data Science. London: CRC Press, 2025. 478 с.
12. Štūkys V., Burbait R. Evolution of STEM-Driven Computer Science Education. Cham, Switzerland: Springer, 2024. 368 с.
13. Игнатенко А.М., Макарова И.Л. К вопросу о преподавании математики в техническом вузе // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. 2022. № 9. DOI: 10.25206/2307-5430-2021-9-70-75.
14. Кузнецов В.П., Рябинова Е.Н. О современном преподавании математики в техническом вузе // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. Социальные, гуманитарные, медико-биологические науки. 2022. Т. 24. № 84.
15. Генварева Ю.А., Марченкова Н.Г. Современные подходы к преподаванию математики в техническом вузе // ЦИТИСЭ. 2023. № 2. С. 50—57. DOI: 10.15350/2409-7616.2023.2.04.
16. Кривенко И.В., Смирнова М.А., Испирян С.Р., Иванов Г.Л. Формирование математических навыков у студентов технического вуза для успешного освоения курса общей физики // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. 2023. № 10. DOI: 10.25206/2307-5430-2023-10-60-63.
17. Очков В.Ф., Федоров Ю.С., Воронова Ю.С., Моисеева А.Д. Подводная лодка «Наутилус», и новые образовательные технологии // Cloud of Science. 2018. Т. 5. № 1. С. 5—39.
18. Официальный сайт программы SMath Studio [Электрон. ресурс]. Режим доступа: www.smath.com.
19. Ochkov V., Vasileva I., Nori M., Orlov K., Nikulchev E. Symbolic computation to solving an irrational equation on based symmetric polynomials method // Computation. 2020. Т. 8. № 2.
20. Junghenn H.D. Symbolic Mathematics with Python. Munhen: SPRINGER, 2025. 257 с.
21. Очков В.Ф. 16 занятий МИТ: Математика — Информатика — Техника. СПб.: Лань, 2025. 292 с.
22. Очков В.Ф., Очкова Н.А. Лев Толстой и математика. М.: МПГУ, 2023. 208 с.

References

1. Order of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation dated February 28, 2018, No. 143 On Approval of the Federal State Educational Standard of Higher Education – Bachelor's Degree in the Field of Training 13.03.01 Thermal Power Engineering and Heat Engineering. (In Russ.)
2. Volkov A.I., Lukin V.N., Chernyshov L.N. «Flipped Curriculum: A Solution or a Problem?» Modelirovaniye i analiz dannykh = Data Modeling and Analysis. 2023; 13; 2: 206 – 214. DOI: 10.17759/mda.2023130212. (In Russ.)
3. Filippovich A.YU. We were the first to propose a new model for organizing the educational process, which is based on the «flipped» curriculum. Sistemnyy administrator = System Administrator. 2019; 3(196). (In Russ.)
4. Shamaylo O.N., Bulycheva YU.V. Implementation of an Activity-Based Approach in Teaching Mathematics to Students of Technical Universities in the Context of Transformation of Requirements for Educational Outcomes. Mir nauki. Pedagogika i psikhologiya = World of Science. Pedagogy and Psychology. 2022; 10: 6. (In Russ.)
5. Klenina L.I., Burkovskaya M.A. Interdisciplinarity as the Most Important Factor in the Modernization of Technical Education. Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Pedagogika = Bulletin of Moscow State Regional University. Series: Pedagogy. 2020; 3: 124–130. (In Russ.)
6. Rubanova N.A., Galich YU.G., Dolgova L.V. On the Issue of Problem-Based Learning of Mathematics in Technical Universities. Mir nauki. Pedagogika i psikhologiya = World of Science. Pedagogy and Psychology. 2019; 2. (In Russ.)
7. Badak B.A., Brovka N.V. On the Principles of Practice-Oriented Teaching Mathematics to Students of a Technical University. THEORIA: zhurnal issledovaniy v obrazovanii = THEORIA: Journal of Research in Education. 2023; 4(2): 11–21. DOI: 10.5281/zenodo.10544751. (In Russ.)
8. Borisova Ye.V. Engineering Pedagogics: Project Technologies in Higher Mathematics. Biznes. Obrazovaniye. Pravo = Business. Education. Law. 2020; 1(50): 373–377. (In Russ.)
9. Dalinger V.A. Students' Research and Educational Work in the Process of Teaching Mathematics. Yevraziyskiy Soyuz Uchenykh = Eurasian Union of Scientists. 2018; 2(47): 12–15. (In Russ.)
10. Jones A. Z. Teaching STEM For Dummies – Hoboken, NJ: John Wiley & Sons; 2025. 406 p.
11. Wuthrich R., Ayoubi S.E. Numerical Methods for Engineering and Data Science. London: CRC Press; 2025. 478 p.
12. Štūkys V., Burbait R. Evolution of STEM-Driven Computer Science Education. Cham, Switzerland: Springer; 2024. 368 p.
13. Ignatenko A.M., Makarova I.L. On the Issue of Teaching Mathematics in a Technical University. Aktual'nyye problemy prepodavaniya matematiki v tekhnicheskoy vuz = Actual Problems of Teaching Mathematics in a Technical University. 2022; 9. DOI: 10.25206/2307-5430-2021-9-70-75. (In Russ.)
14. Kuznetsov V.P., Ryabinova Ye.N. Actual Problems of Teaching Mathematics in a Technical University. Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy akademii nauk. Sotsial'nyye, gumanitarnyye, mediko-biologicheskiye nauki = Bulletin of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences. Social, Humanitarian, Medical and Biological Sciences. 2022; 24: 84. (In Russ.)
15. Genvareva Yu.A., Marchenkova N.G. Modern approaches to teaching mathematics in a technical university. TSITISE = CITISE. 2023; 2: 50–57. DOI: 10.15350/2409-7616.2023.2.04. (In Russ.)
16. Krivenko I.V., Smirnova M.A., Ispiryanyan S.R., Ivanov G.L. Formation of mathematical skills in students of a technical university for successful mastery of the general physics course. Aktual'nyye problemy prepodavaniya matematiki v tekhnicheskoy vuz = Actual problems of teaching mathematics in a technical university. 2023; 10. DOI: 10.25206/2307-5430-2023-10-60-63. (In Russ.)
17. Ochkov V.F., Fedorov Yu.S., Voronova Yu.S., Moiseyeva A.D. The Nautilus Submarine and New Educational Technologies. Cloud of Science = Cloud of Science. 2018; 5; 1: 5–39. (In Russ.)
18. Official website of the SMATH Studio program [Internet]. Available from: www.smath.com.
19. Ochkov V., Vasileva I., Nori M., Orlov K., Nikulchev E. Symbolic computation to solving an irrational equation on based symmetric polynomials method. Computation. 2020; 8: 2.
20. Junghenn H.D. Symbolic Mathematics with Python. Munhen: SPRINGER; 2025. 257 p.
21. Ochkov V.F. 16 zanyatiy MIT: Matematika – Informatika – Tekhnika = 16 Lessons of MIT: Mathematics – Computer Science – Engineering. Saint Petersburg: Lan; 2025. 292 p. (In Russ.)
22. Ochkov V.F., Ochkova N.A. Lev Tolstoy i matematika = Leo Tolstoy and Mathematics. Moscow: Moscow State Pedagogical University; 2023. 208 p. (In Russ.)

Сведения об авторах**Валерий Федорович Очков**

Д.т.н., профессор, профессор кафедры ТОТ
Национальный исследовательский университет
«МЭИ»,
Москва, Россия
Эл почта: OchkovVF@mpei.ru

Антон Иванович Тихонов

К.т.н., старший научный сотрудник, профессор
кафедры ФТЭМК
Национальный исследовательский университет
«МЭИ»,
Москва, Россия
Эл почта: TikhonovAI@mpei.ru

Юлия Владимировна Шацких

К.т.н., доцент, зав. кафедрой ТОТ
Национальный исследовательский университет
«МЭИ»,
Москва, Россия
Эл почта: ShatskikhYV@mpei.ru

И.А. Гаврильев

Студент
Национальный исследовательский университет
«МЭИ», Москва, Россия
Эл почта: GavrilievIA@mpei.ru

Information about the author**Valery F. Ochkov**

Dz. Sci. (Technical), Professor, Professor of the
Department of Theoretical and Applied Thermodynamics
National Research University "MEI",
Moscow, Russia
E-mail: OchkovVF@mpei.ru

Anton I. Tikhonov

Cand. Sci. (Technical), Senior Researcher, Professor
of the Department of Fundamentals of Thermal
Engineering and Materials Science
National Research University "MEI",
Moscow, Russia
E-mail: TikhonovAI@mpei.ru

Yulia V. Shatskikh

Cand. Sci. (Technical), Associate Professor, Head of
the Department of Theoretical and Applied Physics
National Research University "MEI",
Moscow, Russia
E-mail: ShatskikhYV@mpei.ru

I.A. Gavriliev

Student
National Research University "MEI",
Moscow, Russia
E-mail: GavrilievIA@mpei.ru