

Повышение уровня понимания учебного материала при обучении студентов математике

В работе проведено обоснование и исследование способов повышения уровня понимания математической информации при обучении студентов в педвузе. Предложены модель понимания, его измерители, а также средства обучения математике, повышающие уровень ее понимания.

Ключевые слова: математическая подготовка в педвузе, понимание математической информации, информационный подход, интегрированный тезаурус.

INCREASE OF THE TRAINING MATERIAL UNDERSTANDING LEVEL IN MATHEMATICS TRAINING OF STUDENTS

The work presents description of justification and research of ways of increase of understanding level of mathematical information in training of Pedagogical University students. The understanding model, its measuring instruments, and mathematics tutorial tools, which enforce its understanding level are offered.

Keywords: mathematical training in the Pedagogical University, understanding of mathematical information, the information approach, the integrated thesaurus.

Введение

Любая человеческая деятельность тесно связана с формированием ясных и четких представлений об окружающем мире. Для достижения успеха в этой деятельности необходимо, чтобы получаемые знания были понятны человеку. Проблема понимания сегодня является предметом исследования многих наук. За последнее время резко возрос интерес к этому вопросу в таких областях, как психология и педагогика. Применительно к практике обучения процесс понимания является ключевым, ведь от понимания зависит весь процесс обучения в целом. Как отмечает Е.Т. Коробов, «именно для дидактики раскрытие механизмов и процессов понимания, выявление наиболее существенных причин непонимания, разработка приемов лучшего понимания являются наиболее важными условиями обеспечения эффективности обучения» [1].

Особенно остро проблема понимания стоит при обучении мате-

матике студентов педвуза естественно-научного направления. Из-за отсутствия образа математического объекта, позволяющего его «материализовать», в сознании обучающихся математический объект отождествляется с формой его описания, происходит подмена содержания изучаемого материала манипулированием знаками, о смысле которых оперирующий ими и не задумывается. В результате математический язык оказывается недоступным для понимания студентам нематематических специальностей в силу их психофизиологических особенностей восприятия информации и типа мышления.

Нами было проведено анкетирование студентов старших курсов различных факультетов Красноярского госпедуниверситета им. В.П. Астафьева с целью выяснения образа, возникающего при чтении (или озвучивании) различных понятий, в том числе и математических. В анкетировании приняли участие более 100 человек. Исследование результатов показало, что

в случае предъявления обычных понятий (например, яблоко, лимон, дом) учащиеся указывали или рисовали довольно разнообразные образы, но все они отражали сущность понятия. Например, к понятию «яблоко» были нарисованы такие картинки, как: плод – яблоко (целое и половинки), дерево – яблоня с плодами. Образ же математических понятий у большинства опрошенных совпадал с символом, обозначающим данное математическое понятие: интеграл – \int ; производная – $'$.

Это говорит о том, что получаемые студентами знания часто оказываются поверхностными и не становятся их внутренним пониманием, не становятся теми знаниями, которыми человек реально оперирует в жизни.

Открытия последних лет в области психологии и нейрофизиологии, связанные с важностью развития образного мышления и асимметрией полушарий головного мозга человека, обуславливают необходимость использования их



Татьяна Павловна Пушкарева,
к. физ.-мат. н., доцент
Тел.: 8 (913) 197-06-86
Эл. почта: a_tatianka@mail.ru
Красноярский государственный
педагогический университет
им. В.П. Астафьева
www.kspu.ru

Tatyana P. Pushkaryeva,
Associate professor
Тел.: 8 (913) 197-06-86
E-mail: a_tatianka@mail.ru
Krasnoyarsk state pedagogical university
of V.P. Astafyev
www.kspu.ru

для повышения уровня понимания математики.

Цель данной работы заключается в обосновании и выявлении способов по повышению уровня понимания математической информации студентами факультета естествознания педагогического вуза.

1. Модель понимания информации

В общем смысле понимание в педагогике рассматривается как мыслительный процесс, направленный на выявление существенных свойств предметов и явлений действительности, познаваемых в чувственном и теоретическом опыте человека.

По мнению В.В. Знакова, понимание не является самостоятельным психическим процессом, а представляет собой компонент мышления [2]. Процесс мышления неразрывно связан с процессами восприятия и запоминания информации. В связи с этим в данном исследовании вопрос понимания математической информации рассматривается с позиций информационного подхода, суть которого заключается в том, что при изучении любого объекта, процесса или явления в природе и обществе в первую очередь выявляются и анализируются наиболее характерные для них информационные аспекты, существенным образом определяющие их состояние и развитие [3, 4].

Анализ процессов восприятия, хранения и обработки (мышления) информации с позиций информационного подхода и пространственно-временной модели мышления позволяет выявить проблемы понимания математической информации и определить способы повышения уровня ее понимания [5, 6].

Под *восприятием* понимается целостное психическое отражение в сознании человека результата непосредственного воздействия предметов, ситуаций или явлений на его рецепторные поверхности органов чувств. Результатом восприятия является чувственный образ, сформированный в виде ощущений. *Ощущение* – это отражение отдельных свойств предметов или явлений окружающей действительности, воздействующих на наши органы

чувств. В чувственно-эмоциональной зоне ощущения представляются в виде закодированного сообщения, поступившего из внешней среды. На основе синтеза ощущений складывается перцептивный образ, представляющий собой более сложную форму чувственного образа. Основная черта перцептивных образов – их обобщенность, а сам такой образ всегда является собирательным. Это означает, что в нем собраны не только свойства единичного предмета, но и особенные типичные свойства более или менее значительной по объему группы предметов.

Итак, образ представляет собой пятимодальный объект, состоящий из самого понятия и его свойств, сформированных в результате восприятия пятью органами чувств. Сами образы не существуют отдельно, а представляют собой целостную иерархию понятий и классов, причем данная структура является динамически развивающейся по времени. Когда образ сформирован, происходит его сопоставление с ранее сформированными и хранящимися в *чувственной зоне памяти* образами.

Для обозначения и использования при коммуникации чувственного образа используют его заместитель – модель (или *модельный образ*). Модельные образы хранятся в *модельной области памяти*. Структура модельной области памяти повторяет структуру пятимодальной чувственной области. Модельные образы, привязанные к образам чувственной зоны, образуют сложные модельные представления путем суперпозиции.

Названия и термины, соответствующие моделям реального мира, представляют собой понятия. *Понятие* – это необразное, выраженное в слове отражение действительности. В понятии выделяется и фиксируется все общее, которое достигается за счёт отвлечения от всех особенностей отдельных предметов данного класса. Образы понятий хранятся в *понятийной области памяти*.

Понятия, обладающие общими признаками, образуют новый класс понятий – абстракции (или

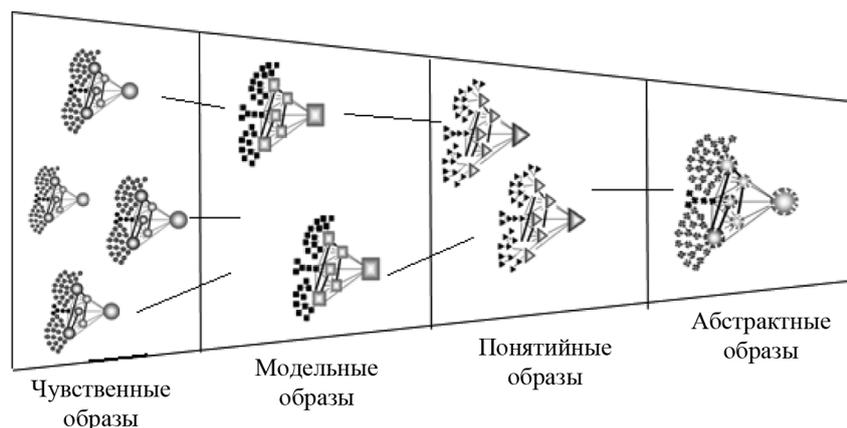


Рис. 1. Пространственная структура памяти

абстрактные понятия). Оперирование абстракциями (присуще в основном математике) приводит к появлению *абстрактной области памяти*, в которой хранятся абстрактные образы.

Таким образом, память состоит из четырех областей: чувственной (ЧО), модельной (МО), понятийной (ПО) и абстрактной (АО). Образы всех областей взаимосвязаны друг с другом, активация одного из них приводит к активации всех других, связанных с ним (рис. 1).

Совокупность образов всех областей памяти образует личный тезаурус человека.

Следовательно, уровень понимания зависит от качества образа (точности отражения реального

объекта) и объема тезауруса (количества образов, сохраненных в памяти).

Далее на основе мыслительного процесса происходит сравнение образов поступившей информации с имеющимися в памяти чувственными (☉), модельными (⊙) и понятийными (⦿) образами (рис. 2).

Под мыслительным процессом понимается непрерывная и последовательная активация цепочек образов объектов или понятий, сформированных при восприятии информации и хранящихся в памяти человека.

Если неизвестное понятие (⊕) является недостающим звеном некоторой предметной области, оно

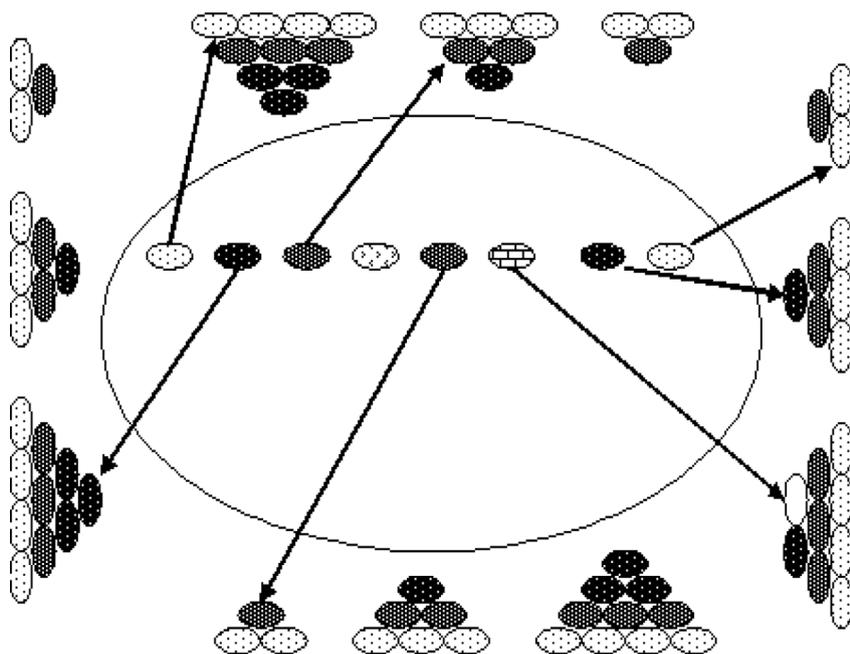


Рис. 2. Модель восприятия информации

встраивается в иерархическую структуру тезауруса. Иначе, оно не воспринимается. Таким образом, на основе текущей информации и взятых образов из памяти посредством мыслительных процессов происходит осмысление информации, а именно ее *понимание*.

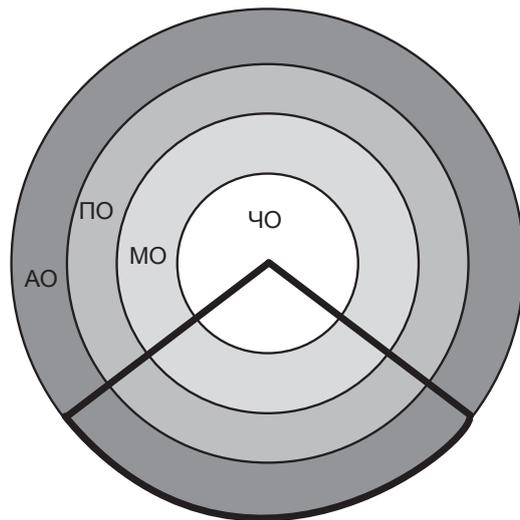
С позиций информационного подхода *понимание* – это способность генерировать в воображении комбинации пространственно организованных модельных образов.

Воображение – это отражение в сознании осознанных образов, их поведения в пространстве и во времени.

Зона воображения играет важную роль в процессе понимания, так как, наряду с восприятием воздействующей в данный момент информации, человек извлекает из памяти ранее сохраненные образы, создает новые или обогащает старые образы. Механизм автоматического преобразования информации в комбинации чувственных образов называют воссоздающим воображением. Информация понимается благодаря механизму воссоздающего воображения. Путем воображения человек может достроить недостающие связи между образами или укрепить имеющиеся. Совместно с зоной памяти воображение обеспечивает понимание новой учебной информации.

Ранее сохраненные в памяти образы предмета или явления, которые в данный момент не используются, но могут быть воссозданы в памяти человека путем воображения, называются *представлениями*. Представления идентичны исходным объектам, отличие в том, что они отражают объект не полностью, а только наиболее характерные признаки объекта, выделенные человеком. В связи с этим представления для каждого человека индивидуальны.

В литературе по психологии выделяют два типа представлений: представления памяти и представления воображения. *Представления памяти* возникают на основе непосредственного восприятия в прошлом какого-либо объекта или понятия. *Представления воображения* формируются на основе по-



Математический тезаурус

Рис. 3. Зона математических образов и понятий в структуре памяти

лученной в прошлом информации и ее творческой переработки. Главное отличие представлений памяти от представлений воображений состоит в том, что исходные объекты представления воображения ранее никогда не были восприняты. Перевод представления в абстрактное понятие происходит с помощью языка и внутренней речи.

Важно отметить, что образ-понятие и образ-представление (если оно имеется) следует рассматривать в единстве, так как данные структуры образуют единый ментальный образ (единицу знания) и выступают в тесной взаимосвязи. Поэтому для повышения уровня понимания, необходимо подкреплять каждый образ друг другом: абстрактному понятию приводить в пример представление, представление переводить в абстрактное понятие. Значит, на уровень понимания влияет еще структура и форма представления предъявляемой учебной информации.

Понимание математической информации непосредственно зависит от сформированной структуры и объема математического тезауруса.

Под *математическим тезаурусом* понимается совокупность образов математических объектов и понятий, сформированных органами чувств и отраженных на основе принятой человеком системы метрик. Образ математического понятия (как и любого другого) представляет собой пятимодальный

объект. На рис. 3 представлена пространственная структура памяти с точки зрения обучения математике.

Как видно из рис. 3 (выделенный сектор), математический тезаурус в вершине иерархии имеет небольшую мощность образов чувственной области. При формировании понятийного образа человек связывает модельный образ, т.е. реально существующий объект, со словом. Но для большинства мате-

матических абстрактных понятий в реальной жизни не существует соответствующих им модельных образов, кроме, быть может, геометрических объектов. Поэтому большинство студентов естественно-научного направления, не обладающие математическим складом ума, не способны создать образ, они запоминают символ, обозначающий математическое понятие, а не его содержание. Следовательно, для повышения уровня понимания математической информации необходимо увеличить область чувственных образов математического тезауруса.

В процессе жизнедеятельности, под влиянием различных факторов, тезаурус меняется как качественно, так и количественно. Изучение математики в вузе базируется на математических знаниях, полученных в школе. Профессиональная деятельность требует математических знаний, полученных в школе и в вузе. Повышение профессиональной квалификации основывается на полученных и конкретизированных знаниях в образовательных учреждениях, а также опыте профессиональной деятельности и т.д. С по-

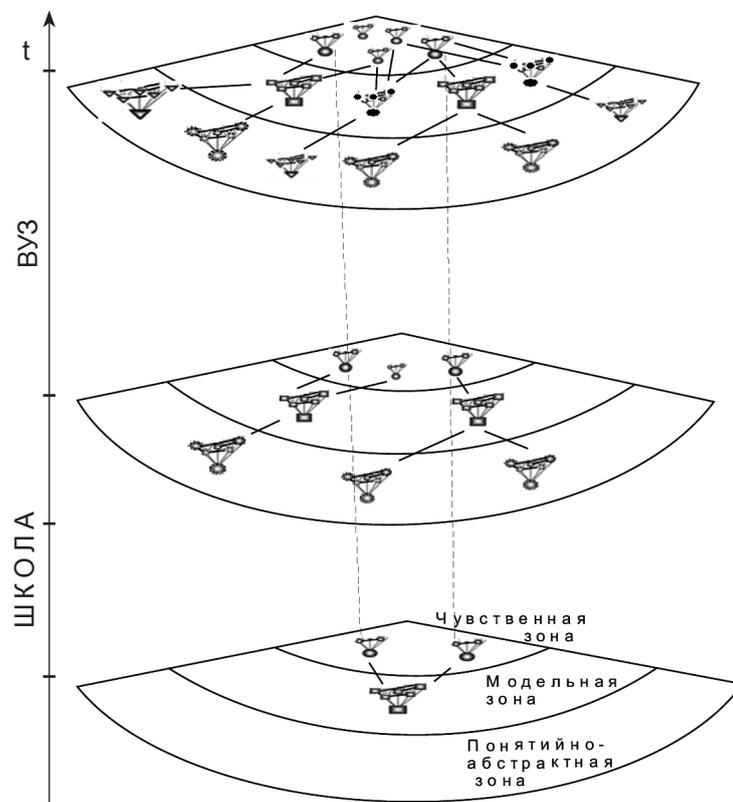


Рис. 4. Динамика формирования математического тезауруса

явлением новых математических понятий происходят их дифференциация и интеграция в уже имеющиеся и новые образы тезауруса.

Это означает, что математические образы обладают большими объемом и глубиной иерархии в модельной, понятийной и абстрактной зонах памяти (рис. 4). Следовательно, для повышения уровня понимания необходимо представлять новые понятия в виде осмысленных связей в старые и новые структуры, между которыми следует вставить ассоциативные образы.

2. Измерение уровня понимания

Под *мерой понимания* будем понимать отношение количества передаваемой информации источником (например, в семантических единицах) к количеству обработанной информации приемником [7]. В качестве критериев *измерителя понимания* нами выбраны глубина и полнота понимания. Глубина представляет собой отношение количества входных и отраженных в воображении образов. Полнота определяется отношением качества

входных и отраженных в воображении образов.

Полнота понимания объекта или понятия при его восприятии характеризуется количеством возможных и воображаемых в образе свойств и связей между ними. *Глубина* понимания характеризуется содержанием структуры образа, его связей и смысла отношений с другими образами, включенности его в классы и подклассы понятий. Степень понимания сообщения следует определить как интегральную глубину и полноту понимания отдельных его образов. Третья характеристика понимания – степень покрытия сообщения тезаурусом приемника.

Предположим, из внешней среды поступило сообщение объемом N , т.е. содержащее N семантических единиц, а приемник отразил (активизировал в зоне памяти и сформировал в зоне воображения) X образов. Тогда, *степень покрытия* будет определяться отношением:

$$K_{\text{покрытия}} = \frac{X}{N}.$$

При этом качество каждого образа в этой формуле не учитывает-

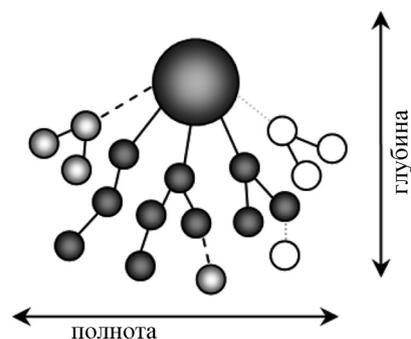


Рис. 5. Глубина и полнота понимания

ся, поскольку их глубина и полнота рассматриваются в виде отдельных критериев понимания. Качество и количество семантических единиц зависят от целей и содержания обучения, другими словами, преподаватель в рамках своей дисциплины сам определяет, что требуется понять студенту и в каком объеме. Все три параметра определяют уровень понимания воспринимаемой информации.

Таким образом, измеритель понимания учебно-вербальной информации определяется тремя критериями: *глубиной и полнотой образов* (рис. 5), а также *степенью покрытия*.

Описание уровней полноты, глубины понимания и степени покрытия

Параметры	Низкий	Средний	Высокий
Глубина	Выделение несущественных признаков и свойств объекта. Отсутствие представления иерархии классов и подклассов, в которые входит воспринимаемый объект. Слабый уровень оперирования абстрактными понятиями. Слабое представление области их применения.	Выделение только части существенных признаков и свойств воспринимаемого объекта (не менее 60% к эталону), в результате чего сформирована разорванная иерархия классов и подклассов, в которые входит воспринимаемый объект. Понимание только прямой зависимости одного объекта от другого. Переход от конкретного воспринимаемого объекта к абстрактному. Частичное представление области применения воспринимаемого объекта.	Выделение существенных признаков и свойств воспринимаемого объекта разных уровней, включение его в классы образов по общим свойствам и признакам. Представление иерархии классов и подклассов, в которые входит воспринимаемый объект. Понимание сложной зависимости одного объекта от другого. Переход от конкретного воспринимаемого объекта к абстрактному. Знание области применения воспринимаемого объекта.
Полнота	Слабое представление свойств и признаков воспринимаемого объекта, отсутствие связей и отношений между ними. Слабое знание возможных форм и видов представления воспринимаемого объекта. Отсутствие представления структуры сложного объекта.	Знание и выделение неполного объема признаков и свойств воспринимаемого объекта (не менее 60% к эталону), частичная установка связей между ними. Знание только части форм и видов представления воспринимаемого объекта. Слабое представление структуры сложного объекта.	Знание и выделение признаков и свойств воспринимаемого объекта по эталону, установка связей и отношений между ними. Знание форм и видов представления воспринимаемого объекта по эталону. Умение привести целый класс конкретных примеров подобных объектов. Умение сложный объект разбить на более простые объекты.
Степень покрытия	$K \leq 0,6$	$K > 0,6$	$K > 0,9$

В соответствии с [7] нами выделены три уровня понимания (табл.).

3. Способы повышения уровня понимания математики

Построенные модели понимания информации и формирования математического тезауруса позволили выделить две основные причины низкого уровня понимания математической информации: небольшая мощность области чувственных образов математического тезауруса и большие объем и глубина иерархии в модельной, понятийной и абстрактной зонах памяти.

Следовательно, для повышения уровня понимания математической информации необходимо, чтобы информация подавалась при наличии сенсорного сопровождения в пространстве и во времени, а именно, динамической визуализации информации и знаний в пространстве и во времени на основе метода системной динамики; математическая информация была тесно связана с понятиями профильных дисциплин (профильная интеграция и прикладная направленность обучения математике); математическая информация была структурирована соответствующим образом и подавалась в виде осмысленных связей в уже имеющиеся в памяти структуры образов.

Суть метода системной динамики в обучении заключается в создании в сознании человека интуитивных картин поведения объектов или систем реального мира. Применение данного метода способствует развитию чувственной памяти и интуитивного типа мышления. Основным средством метода системной динамики является визуализация.

Для визуализации математической информации и знаний наиболее эффективными, с нашей точки зрения, являются использование анимаций и построение концептуальных карт.

Использование анимаций при обучении математике играет большую роль. Во-первых, они способствуют формированию образа, соответствующего содержанию математических абстрактных понятий, а не их обозначению. Во-вторых, они повышают уровень запоминания математических вычислений на интуитивном уровне. Еще И.М. Сеченов отмечал, что первый и основной закон запоминания состоит в его непосредственной связанности с работой мышц (в данном случае глазных), с разного рода движениями, несущими в себе многостороннюю информацию о воспринимаемых объектах.

Концептуальная карта – это очень удобная техника для представления процесса мышления или

структурирования информации в визуальной форме, позволяющей человеку справиться с информационным потоком. Внешне это напоминает нейроны головного мозга во взаимосвязи. Получается идеальное соответствие визуального восприятия с основой, заложенной в построении этой информации.

Преимущество таких карт в том, что на одном листе можно видеть сразу целостную картину с взаимосвязями, структурой и логикой, а также нелинейность представления информации в них. Концептуальные карты в наибольшей степени приближают форму записи учебного материала к естественной работе мозга по восприятию и передаче информации. Зафиксированная на бумаге информация позволяет с первого взгляда видеть картину целиком и устанавливать мысленные связи, помогающие воспринимать и запоминать материал. Концептуальные карты позволяют объединять зрительные и чувственные ассоциации в виде взаимосвязанных идей.

Профильная интегрированность и прикладная направленность обучения математике в нашем исследовании, кроме использования реальных профильных задач, подразумевают увеличение области чувственных и модельных образов математики за счет привязки математических понятий к чувствен-

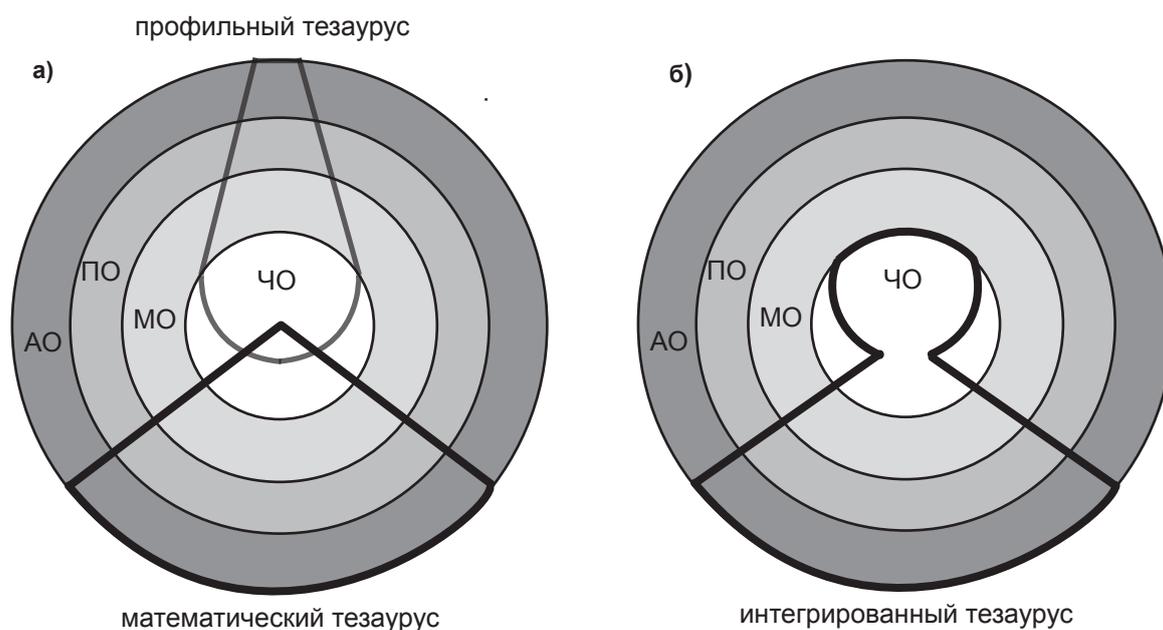


Рис. 6. Структура: а) математического и профильного тезаурусов; б) интегрированного тезауруса

ным и модельным образам профильных дисциплин.

Профильный, в данном случае естественно-научный, тезаурус обладает достаточно большой мощностью чувственных образов (рис. 6а). Использование их при обучении математике обеспечивает формирование интегрированного учебного тезауруса [8].

Интегрированный учебный тезаурус – это взаимосвязанная многоуровневая совокупность образов математических и профильных объектов и понятий, имеющая открытую, иерархичную и динамичную структуру и служащая для накопления, хранения и увеличения информации, знаний и опыта по двум дисциплинам. По сути, интегрированный тезаурус – это синтез (а не объединение) математического тезауруса и профильного (рис. 6б).

Формирование интегрированного тезауруса обеспечивает высокий уровень интеграции математики с профильными дисциплинами, а значит, мотивацию к изучению математики, способствует осознанному овладению знаниями и навыками использования математических методов, в том числе метода математического моделирования, в профильной деятельности и, как результат, повышает уровень понимания математики.

4. Описание эксперимента

Полученные результаты исследования реализованы в Красноярском государственном педагогическом университете им. В.П. Астафьева при обучении математике студентов естественно-научного направления.

Для динамической визуализации математической информации и знаний в пространстве и во времени используются видеоролики, созданные в программе Macromedia Flash, компьютерные программы для моделирования и концептуальные карты, создаваемые студентами в программе Free Mind.

Видеоролики составляют основу созданной электронной энциклопедии по математике, а также прикрепляются в лекциях-презентациях и концептуальных картах в виде гиперссылок, помогая студен-

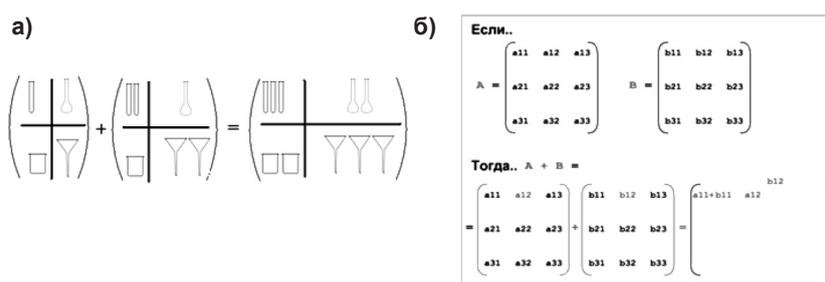


Рис. 7. Визуализация: а) понятия алгебраической суммы двух матриц; б) вычисления алгебраической суммы двух матриц

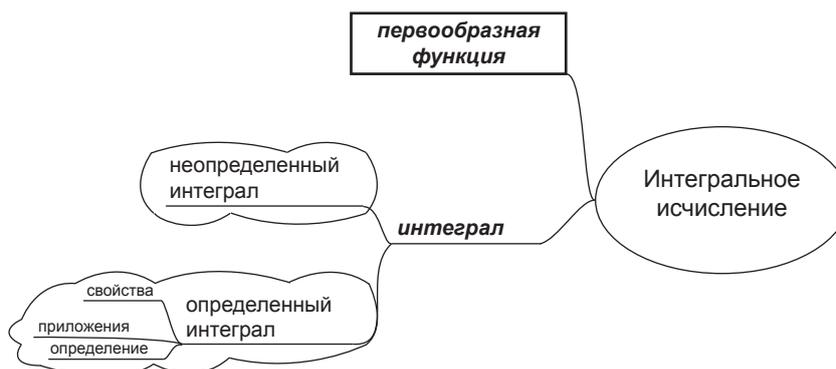


Рис. 8. Фрагмент карты знаний по математике, раздел «Интегральное исчисление»

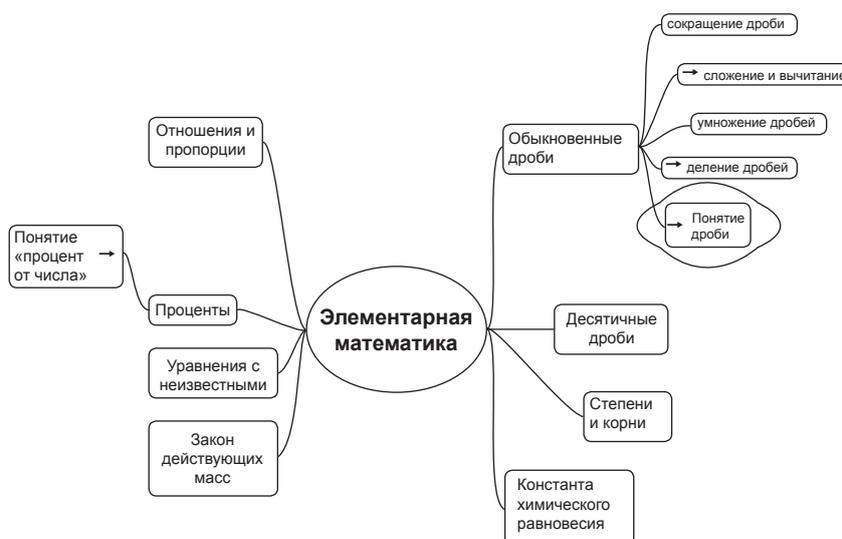


Рис. 9. Интегральная математико-профильная концептуальная карта

там создать и сохранить правильный образ предлагаемых математических понятий, а также повысить уровень запоминания математических вычислений. К примеру, на рис. 7 представлены кадры двух видеороликов, один из которых направлен на визуализацию понятия сложения матриц (рис. 7а), второй – на динамическую визуализацию вычисления суммы двух матриц (рис. 7б).

Построение концептуальной карты при обучении математике студентов естественно-научного направления педвуза включает два этапа [9].

На первом этапе строится карта знаний по математике (рис. 8).

Каждое практическое занятие начинается с дополнения концептуальной карты математических знаний, построенной на предыдущем занятии, новым материалом, про-

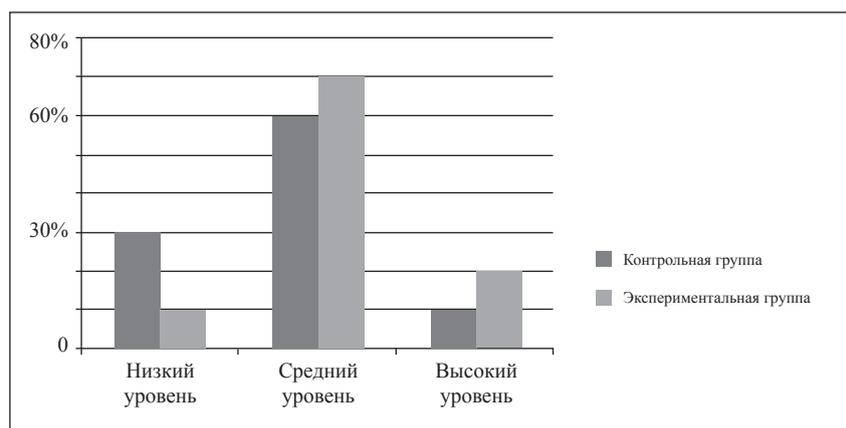


Рис. 10. Результаты тестирования уровня понимания основ линейной и векторной алгебры

читанным на прошедшей лекции. Это позволяет:

- воспроизвести учебный материал лекции;
- структурировать его;
- повторить практически всю предыдущую информацию;
- изменить или дополнить полученную информацию;
- зафиксировать взаимосвязи различных математических понятий.

Однако не будет большой пользы от построенной карты, если не связать математику с профильными дисциплинами, т.е. следует показать, где и как применяются математические методы при решении прикладных и профессиональных задач.

В связи с этим на втором этапе студенты создают карты, показывающие связи химических дисциплин с математикой (рис. 9).

Красные стрелки на рисунке указывают на прикрепленный видеоролик.

Для диагностики уровня понимания учебного материала создан комплекс электронных тестов с трехуровневыми подсказками, выявляющими уровни полноты понимания, глубины и степени покрытия. За каждую использованную подсказку добавляются баллы. Использование подсказки первого уровня добавляет баллы за глубину понимания, подсказки второго уровня – за полноту, подсказки третьего уровня – за степень покрытия. Чем больше баллов получит студент, тем ниже его уровень понимания математической информации. По сумме баллов на основе представленной выше таблицы определяется уровень понимания студентами проверочного модуля. На

диаграмме (рис. 10) представлены результаты проверки уровня понимания основ линейной и векторной алгебры студентами первого курса факультета естествознания после обучения разными методиками. Результаты входного тестирования показали однородность знаний этих разделов математики у студентов до обучения.

Выводы

Таким образом, результаты проведенного эксперимента показали, что для повышения уровня понимания математического материала необходимо обеспечить:

- систематическое использование в учебном процессе визуальных моделей одного определенного вида или их сочетаний и динамических образов математических объектов;
- обучение учащихся рациональным приемам «сжатия» информации и ее когнитивно-графического представления с помощью концептуальных карт;
- разработку методических приемов включения в учебный процесс визуальных моделей и динамических образов математических объектов;
- формирование интегрированного математико-профильного тезауруса;
- наличие сенсорного сопровождения в пространстве и во времени, т.е. динамической визуализации информации и знаний.

Литература

1. Коробов Е.Т. Понимание как дидактическая проблема [Электронный ресурс] // Московский психологический журнал. – 2005. – № 11. – Режим доступа: <http://magazine.mospsy.ru/nomer11/s10.shtml>
2. Знаков В.В. Понимание в познании и общении. – М.: Изд-во Института психологии РАН, 1998. – 232 с.
3. Колин К.К. Информационный подход в методологии познания [Электронный ресурс] / К.К. Колин // Философский портал. – Режим доступа: www.philosophy.ru/scm/TEZ/25.doc
4. Пак Н.И. О концепции информационного подхода в обучении // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. – 2011. – № 1. – С. 91–98.
5. Пак Н.И. Информационное моделирование: учеб. пособие. – Красноярск: РИО КГПУ, 2010. – 128 с.
6. Пак Н.И., Пушкарева Т.П. Принципы математической подготовки студентов с позиций информационной модели мышления // Открытое образование. – 2012. – № 5(94). – С. 4–11.
7. Рукоосуева Д.А. Методика оценки уровня понимания учебно-вербальной информации естественно-математических дисциплин [Электронный ресурс] / Д.А. Рукоосуева // Международный электронный журнал «Образовательные технологии и общество (Educational Technology & Society)». – 2011. – Vol. 14, № 2. – Р. 435–451. – Режим доступа: http://ifets.ieee.org/russian/depository/v14_i2/pdf/12r.pdf
8. Пушкарева Т.П. Формирование интегрированного тезауруса как результат обучения математике // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. – 2012. – № 2(20). – С. 132–138.
9. Пушкарева Т.П. Применение карт знаний для систематизации математической информации // Мир науки, культуры, образования. – 2011. – № 2(27). – С. 139–144.