УДК 378.14 ♦ ВАК 13.00.02 ♦ РИНЦ 14.35.09
DOI:

А.А. Солодов[1], Е.А. Солодова[2]

[1]ООО «Технопрогресс 2000», Москва, Россия
[2]Psychologenpraktijk Westerhaven, Гронинген, Нидерланды

Анализ динамических характеристик случайных воздействий в когнитивных системах

Целью исследования является аналитическое описание динамики процессов возникновения образов в когнитивной системе и их последующей обработки сознанием, а также изучение простейшей характеристики качества функционирования когнитивной системы в виде отношения сигнал/помеха.

Считается, что в соответствии с представлениями когнитивной теории в человеческом мозге формируются образы (схемы, категории, гештальты, системы, архетипы и т.п.), которые затем обрабатываются сознанием. Образы формируются в случайные моменты времени и характеризуются случайной силой воздействия и затем обрабатываются сознанием.

Образы характеризуются случайными числами, типичной трактовкой которых является количество информации, соответствующее возникновению некоторого образа, а времена появления образов являются точкам на временной оси, число и положение которых является также случайным.

Работа состоит из логически завершенной модели, включающей следующие составные части.

- *Обоснование статистической модели появления воздействий в процессе деятельности когнитивной системы в виде пуассоновского точечного процесса, характеристиками которого являются интенсивность возникновения воздействий и случайные величины воздействий.*
- *Разработка математической модели развития во времени процесса переработки сознанием случайных воздействий в виде убывающей функции отклика, зависящей от текущего времени, времен появления воздействий и величин этих воздействий. Для получения прикладных результатов применена экспоненциальная функция отклика и получены аналитические результаты для математических ожиданий переработанной и не переработанной сознанием информации.*
- *Введение в рассмотрение отношения сигнал/помеха, характеризующего работоспособность когнитивных систем при наличии помех и изучение его поведения для ситуаций присутствия случайного фона, регулярной помехи и единичных воздействий большой информационной емкости.*

Применение математического аппарата случайных точечных процессов позволяет сформулировать динамическую модель случайных воздействий и их переработки когнитивными системами. Полученные результаты могут, в частности, быть использованы для планирования последовательности управляющих воздействий в когнитивных системах, а также для формирования и формализации требований к когнитивным и интеллектуальным организационно-техническим системам.

Ключевые слова: *Когнитивная система, точечный случайный процесс, функция отклика, отношение сигнал/помеха.*

Alexander A. Solodov[1], Elena A. Solodova[2]

[1]«Tekhnoprogress 2000», Moscow, Russia
[2]Psychologenpraktijk Westerhaven, Groningen, Netherlands

Analysis of dynamic characteristics of stochastic influences in cognitive systems

The aim of the study is to provide an analytical description of the dynamics of the processes to form images in the cognitive system and their subsequent processing by the consciousness, as well as the study of the simplest characteristics of the quality of the cognitive system functioning in the form of the signal/noise ratio.

In accordance with the ideas of the cognitive theory, it is believed that images (schemes, categories, Gestalt, systems, archetypes, etc.) are firstly generated in the human brain and then processed by the consciousness. These images are formed at random in time and are characterized by a random force of effects and subsequently processed by the consciousness. The images are characterized by random numbers, the common interpretation of which is the amount of information corresponding to the appearance of a certain image. The times of appearance are points on the time axis; their number and position are random as well.

The work consists of a logically completed model including the following components:

- *Justification of a statistical model of the appearance of effects during the operation of the cognitive system in the form of the Poisson point process, characterized by the intensity of occurrence of effects and the random values of those effects.*
- *Development of a mathematical model in the consciousness processing of the random effects in the form of reducing response function, which depends on the current time, the time of occurrence of effects and the magnitudes of these effects. To obtain applied results, exponential response function was applied and the analytical results for the mathematical expectations of the processed and not processed information by the consciousness were received.*
- *Introduction for consideration of the signal/noise ratio, characterizing the performance of cognitive systems in the presence of interference and study of its behavior in the situations with the presence of random background noise, regular and single impact of a large information capacity.*

The use of mathematical apparatus of random point processes allows us to formulate a dynamic model of random effects and use it to investigate the cognitive systems. The results can be used, in particular, for planning a sequence of control actions in cognitive systems as well as for the formation and formalization of requirements for cognitive and intellectual organizational-technical systems.

Keywords: *Cognitive system, a point random process, the response function, signal/noise ratio.*

Введение

Целью работы является аналитическое описание динамики некоторых процессов, протекающих в когнитивных системах.

В соответствии с представлениями когнитивной теории [1,2,3] в человеческом мозге формируются образы (схемы, категории, гештальты, системы, архетипы и т.п.), которые затем обрабатываются. В работе не рассматриваются терминологические нюансы, связанные с определением основных понятий когнитивной теории и для обозначения упомянутых понятий, используется термин «образ», а когнитивные системы именуются просто системами.

Предполагается, что возникшие образы, являются теми воздействиями, которые затем обрабатываются, воспринимаются, перерабатываются, используются сознанием, и являются внешними по отношению к сознанию, несмотря на то, что этот тезис не очевиден. Например, такие интеллектуальные процессы, как творчество, озарение и интуиция, генерация различного рода экспертных суждений и т.д. возникают, очевидно, в самом сознании. Тем не менее, для разработки количественной теории удобно представить эту часть процесса деятельности сознания состоящим из двух последовательных этапов – возникновения воздействия и его последующего обдумывания (переработки и т.п.).

Вполне очевидно, что акты деятельности сознания возникают в случайные моменты времени и характеризуются случайной силой воздействия. Так, некоторые пришедшие мысли сразу же забываются, некоторые разрабатываются в плодотворные концепции.

Следуя [1], будем полагать, что «Человек всегда взаимодействует с информацией, полученной от органов чувств — дорабатывая ее в своем сознании».

В настоящей работе предпринято аналитическое описание последовательного случайного процесса возникновения воздействий и их доработки сознанием. Математическим описанием образов являются случайные числа, типичной трактовкой которых является количество информации, соответствующее возникновению некоторого образа. Из дальнейшего изложения следует, что такая трактовка не является единственно возможной. Упомянутым случайным числам могут быть приписаны любые характеристики, соответствующие понятию образа в целом.

В работе приняты следующие основные допущения.

Состояние системы описывается неотрицательной функцией трех аргументов – текущего времени, случайного времени появления образа, воздействующего на систему и самого образа. Состояние системы, развивающееся во времени, отождествляется с ее реакцией на появление образа.

Считается, что система подвергается воздействиям, которые могут возникать в случайные локализованные моменты времени и интерпретируются как последовательность воздействий на временной оси, число и расположение которых является случайным. Воздействиям ставятся в соответствие точки на временной оси, и таким образом формируется случайный точечный процесс, а воздействие образов на систему моделируются случайным количеством информации, которое называется метками.

Для простоты считается, что моделью таких меток является меченый случайный точечный процесс, основными характеристиками которого являются интенсивность появления событий размерностью [1/время], имеющая смысл среднего числа событий, появившихся в течение выбранной единицы времени, а также вероятностное распределение меток для каждой точки.

Отклик системы на последовательность меченых точек является суммой откликов системы на отдельные точки, т.е. предполагается, что система является линейной. Процесс на выходе системы называется фильтрованным меченым точечным процессом.

Основное внимание в работе уделено решению прикладной задачи определения простейшего критерия качества функционирования когнитивной системы в виде отношения сигнал/помеха. Рассмотрены практически интересные случаи постановки регулярных преднамеренных помех системе, появления Черных лебедей и получены кривые помехоустойчивости системы в различных ситуациях.

1. Математическая модель случайного процесса на входе системы

Рассмотрим процесс функционирования системы, развивающийся в непрерывном времени, и предположим, что вход системы дискретно (скачкообразно) меняет свое состояние. Таким образом, на входе системы действует случайный процесс появления точек, каждая из которых характеризуется величиной скачков.

Пусть наблюдение начинается в момент времени t_0, а через некоторое время t_1 в текущий момент времени W_1 на входе системы появилась некоторая информация, через некоторое другое время t_2 в текущий момент времени W_2 появилась другая информация и т.д.

Введем в рассмотрение процесс $N(t)$ счета точек, в которых возникала информация и назовем его процессом счета точек или счетным точечным процессом. Таким образом, процесс $N(t)$ является кусочно-постоянным, имеет единичные приращения в моменты появления точек W_i и показывает, сколько точек появилось на интервале времени $[t_0, t)$.

Процесс появления точек на входе системы управляется внешними по отношению к системе факторами (внешней средой) и в ряде интересных содержательных приложений должен рассматриваться как случайный. В связи с этим сделаем ключевое предположение о том, что времена появления точек W_i, а поэтому и межточечные интервалы t_i и число точек $N(t)$ являются случайными величинами.

Реакция системы на известные, детерминированные входные воздействия изучается в большом числе работ, посвященных организационным системам. Между тем, естественно предположить, что большой интерес для изучения представляет реакция системы на случайные, непредсказуемые заранее воздействия. Это объясняется тем обстоятельством, что как в соответствии с гносеологическими представлениями [4, 5], так и в соответствии с математической теорией передачи информации [6] новое знание (информация) генерируется (возникает, предъявляется) тогда, когда имеется возможность случайного выбора из множества.

Для создания стохастической модели случайных воздействий необходимо задать базовые статистические характеристики времен появления этих воздействий, их числа и их величин. Далее обосновывается пуассоновская модель таких воздействий.

Рассмотрим произвольный интервал времени $[s, t)$, такой, что $t - s = T$ и предположим, что число точек, появившихся к моментам времени t и s равно соответственно $N(t)$ и $N(s)$. Обозначим через $N(t, s) = N(t) - N(s)$ число точек, появившихся на этом интервале, а через $P(N(t, s) = n)$ вероятность того, что это число точек окажется равным n.

Применим широко применяющееся в различных областях знаний предположение о том, что за малый промежуток времени $T = \Delta t$ вероятность того, что точка появится пропорциональна некоторой константе с точностью до бесконечно малой по отношению к Δt и что вероятность появления за это время двух и более точек стремится к нулю:

$$P(N(t, s) = 1) = \lambda\Delta t + O(\Delta t),\quad P(N(t, s) > 1) = O(\Delta t) \qquad (1.1)$$

Если дополнительно потребовать, чтобы точки появлялись независимо друг от друга, то распределение произвольного числа точек на интервале T является пуассоновским:

$$P\big(N(t,s) = n\big) = \frac{1}{n!}(\lambda T)^n e^{-\lambda T} \qquad (1.2)$$

Таким образом, будем теперь полагать, что точечный процесс является пуассоновским случайным точечным процессом или просто пуассоновским точечным процессом, в котором времена появления точек $W_1, W_2, \ldots, W_i$ и их число $N(t)$ к моменту времени t являются случайными величинами. Если теперь в (1.1) λ является функцией времени, то процесс становится неоднородным пуассоновским процессом с распределением

$$P\big(N(t,s) = n\big) = \frac{1}{n!}\left[\int_t^s \lambda(\tau)d\tau\right]^n \exp\left(-\int_t^s \lambda(\tau)d\tau\right), \qquad (1.3)$$

Непосредственными вычислениями можно определить, что математическое ожидание числа точек, появившихся на интервале $[s, t)$ равно,

$$M\big[N(t,s)\big] = \int_t^s \lambda(\tau)d\tau \qquad (1.4)$$

Условие (1.1) часто называют предположением редких событий, имея в виду, что появление больше одной точки на интервале Δt стремится к нулю. Однако необходимо сделать следующие пояснения. Из соотношения (1.4) следует, что при λ = const математическое ожидание числа точек, появившихся на интервале времени T равно λT, поэтому параметр λ характеризует интенсивность появления точек пуассоновского процесса, т.е. указывает среднее число точек, появляющихся в единицу времени и имеет размерность [1/время]. При увеличении λ точки будут в среднем появляться чаще и наоборот. При увеличении безразмерного произведения λT дискретность процесса становится все менее выраженной, процесс приближается к непрерывному, а распределения (1.2) и (1.3) – к нормальному. Таким образом, далее будем полагать, что величина параметра λ согласована с общим масштабом рассматриваемого в модели времени таким образом, что безразмерное произведение λT составляет единицы. Так, если рассматривается время реакции системы протяженностью в годы, то параметр λ будет составлять несколько единиц в год.

Рассмотрим теперь случайный точечный процесс $\{N(t),\ t \geq t_0\}$ появления точек в процессе функционирования системы. Припишем каждой появившейся i-той точке некоторую случайную величину u_i, которую назовем меткой, а соответствующий процесс – меченым пуассоновским процессом. Эти величины по определению являются внешними по отношению к точечному процессу в том смысле, что не могут влиять на интенсивность появления точек, поэтому будем считать, что они являются внешними по отношению к системе.

Математическое описание меченых пуассоновских процессов допускает применение в качестве меток векторов некоторого многомерного векторного пространства. Для когнитивных систем такими векторми могут быть гештальты и образносхематические структуры, такие как вместилище, верх-низ, часть-целое, центр-периферия и т.д. С внутренней структурой образных схем в предлагаемом рассмотрении можно отождествить компоненты вектора. Например, структурными элементами (в нашем описании компонентами вектора) схемы вместилища по Лакоффу являются: внутреннее, граница, внешнее [2].

Далее, для упрощения, основное внимание уделим ситуации, в которой каждая метка процесса u_i определяет случайное количество информации, предъявленной системе для переработки. В этом случае, количество информации может быть определено как энтропия источника случайных меток [6]. Таким образом, метки u_i являются неотрицательными случайными векторными величинами, имеющие положительное математическое ожидание.

В связи с этим представляет интерес изучение процесса накопления меток [7] $\{u(t),\ t \geq t_0\}$ на интервале времени $[t, s)$:

$$u(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} u_i, \qquad (1.5)$$

В формуле (1.5) $u(t)$ является суммой случайного числа случайных слагаемых. Практический интерес в этой ситуации представляет математическое ожидание $Mu(t)$, процесса $u(t)$, которое легко вычисляется с использованием свойств условных математических ожиданий:

$$Mu(t) = M_N\{M_u[u(t)/N(t)]\} = M_N\left\{\sum_{i=1}^{N(t)} n_i\right\}.$$

Здесь применены очевидные обозначения для математических ожиданий с индексом, указывающим случайную величину, по которой происходит усреднение. Если все математические ожидания случайных меток равны n, то в соответствии с (1.4).

$$Mu(t)=nM_N\{N(t)\}=n\int_t^s \lambda(\tau)d\tau. \quad (1.6)$$

2. Динамические характеристики процесса переработки информации

Очевидно, что переработка информации должна занимать некоторое время, причем чем больше времени прошло с момента появления информации, тем меньшее ее количество остается неиспользованным. Пусть процесс переработки системой конкретного случайного количества информации описывается во времени функцией $h(t,W_i;u_i)$. Тогда общее количество не переработанной к моменту времени t информации $y(t)$ равно

$$y(t)=\sum_{i=1}^{N(t)} h(t,W_i;u_i) \qquad (2.1)$$

Переработанное количество информации равно, очевидно, разности полученной и не переработанной информации:

$$\hat{y}(t)=\sum_{i=1}^{N(t)} u_i-\sum_{i=1}^{N(t)} h(t,W_i;u_i)= \\ =\sum_{i=1}^{N(t)}\left[u_i-h(t,W_i;u_i)\right] \qquad (2.2)$$

Процесс (2.1) называется фильтрованным пуассоновским процессом. Он является случайным, поскольку порожден случайным неоднородным пуассоновским процессом и зависит от случайных меток.

Функция h в (2.1) называется откликом системы на каждое событие появления меченой точки точечного процесса или переходной функцией состояния системы. Таким образом, в этом смысле функции (2.1) и (2.2) могут трактоваться как функции состоянии когнитивной системы при возникновении в ней образа.

Функция должна удовлетворять свойству физической реализуемости, т.е. $h(t,W_i;u_i)=0$ для $t<0$ и быть убывающей. Теоретически на форму функции отклика не накладывается никаких других ограничений.

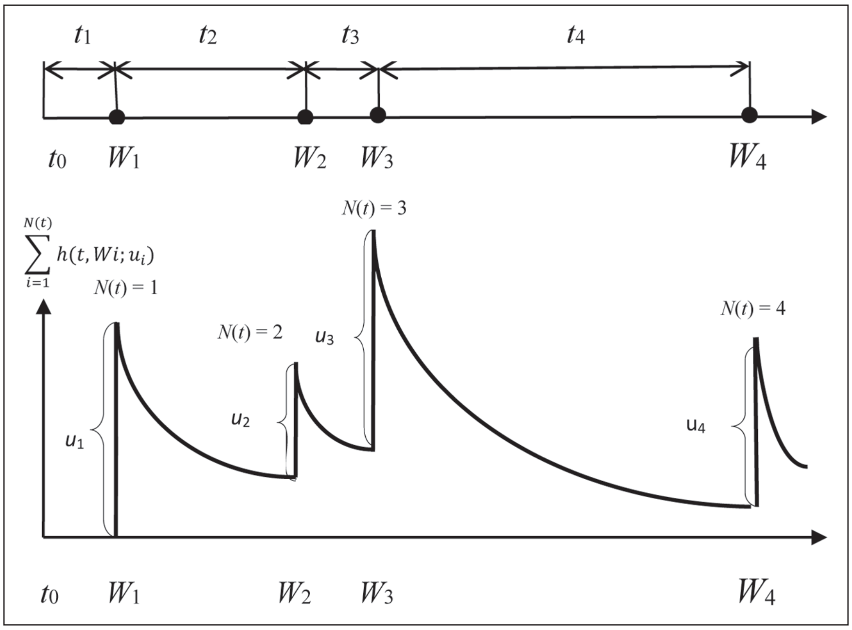

Рис. 1. Точечный случайный процесс и фильтрованный процесс

Физическая размерность функции отклика также может быть любой, однако поскольку по постановке задачи процесс $y(t)$ является количеством информации, то и функцию h удобно доопределять так, чтобы ее размерность совпадала с размерностью $y(t)$. Очевидно, это всегда можно сделать, вводя в определение функции отклика размерные константы. Ниже на конкретном примере эти вопросы поясняются более подробно.

Типичное поведение процесса (2.1) представлено на рис. 1. В моменты времени W_i появляются точки точечного процесса (верхний рисунок). На нижнем рисунке показаны метки соответствующих точек, суммирование откликов в соответствии с (2.1) и убывание процесса между точками. Указано также изменение счетного точечного процесса $N(t)$.

В дальнейшем изучении процессов в когнитивных системах основную роль играет такая неслучайная характеристика фильтрованного процесса, как его математическое ожидание. Математическое ожидание фильтрованного процесса на интервале времени $[0, t)$ можно легко получить, используя метод, примененный при выводе формулы (1.6). В результате получим

$$M_u\{y(t)\}=\int_0^t \lambda(s)M\{h(t,s;u_i)\}ds, \quad (2.3)$$

$$M_u\{\hat{y}(t)\}= \\ =M_N\{n_i\}-\int_0^t \lambda(s)M\{h(t,s;u_i)\}ds. \quad (2.4)$$

Если $h(t,s;u_i)=u_i h(t,s)$ и математические ожидания n_i всех меток одинаковы и равны n, то

$$M_u\{y(t)\}=n\int_0^t \lambda(s)h(t,s)ds, \qquad (2.5)$$

$$M_u\{\hat{y}(t)\}= \\ =n\int_0^t \lambda(s)ds-n\int_0^t \lambda(s)h(t,s)ds. \quad (2.6)$$

Если, кроме того, функция интенсивности появления точек не зависит от времени, то

$$M_u\{y(t)\}=n\lambda\int_0^t h(t,s)ds, \qquad (2.7)$$

$$M_u\{\hat{y}(t)\}=n\lambda t-n\lambda\int_0^t h(t,s)ds. \quad (2.8)$$

В этой простейшей ситуации для того, чтобы при устремлении времени к бесконечности не переработанная информация имела бы асимптоту, а переработанная стремилась бы к бесконечности, достаточно, чтобы сходился интеграл $\int_0^\infty h(t,s)ds$:

$$\int_0^\infty h(t,s)ds<\infty \qquad (2.9)$$

Гносеологический смысл этого утверждения состоит в том, что для любой когнитивной системы можно подобрать бесконечное число таких функций отклика, при которых не переработанная информация остается ограниченной и, следовательно, процесс познания не ограничен. Далее этот тезис иллюстрируется конкретным примером.

3. Экспоненциальная функция отклика

Рассмотрим временной интервал $[Wi, t)$, включающий время W_i появления произвольной точки точечного процесса с меткой u_i и текущее время t. Очевидно, что тогда функция h должна удовлетворять условию

$$h(W_i, W_i;u_i) \qquad (3.1)$$

Будем далее считать, что метки u_i имеют смысл количества информации, полученной системой в случайный момент времени W_i и измеряются, например, в двоичных единицах.

Пусть, далее, текущее время t получает малое приращение Δt. При этом функция отклика изменяется и становится равной $h(t + \Delta t, W_i;u_i)$. Поскольку физическим смыслом функции отклика является переработка информации, то потребуем, чтобы ее новое значение в момент времени $t + \Delta t$ уменьшилось на малую величину пропорционально некоторому коэффициенту k и величине приращения времени Δt, т.е.

$$h(\mathrm{t} + \Delta t, W_i; u_i) =$$
$$= h(t, W_i; u_i) - kh(t, W_i; u_i)\, \Delta t.$$

Знак минус отвечает требованию уменьшения функции на интервале Δt. Легко заметить, что размерность коэффициента k равна [1/время]. Перенося $h(t, W_i; u_i)$ в левую часть, деля обе части уравнения на Δt и устремляя в процессе предельного перехода Δt к нулю, получим дифференциальное уравнение

$$\frac{dh(t,W_i;u_i)}{dt} = -kh(t,W_i;u_i) \qquad (3.2)$$

Таким образом, имеем дифференциальное уравнение для функции h (3.2) с начальными условиями (3.1). Непосредственной подстановкой легко убедиться, что решением этого уравнения является функция

$$h(t,W_i;u_i) = u_i e^{-k(t-W_i)},\ t \geq W_i. \qquad (3.3)$$

В результате, при сделанных предположениях отклик системы на полученную в момент времени W_i информацию u_i уменьшается по экспоненте с коэффициентом k, причем функция зависит от разности временных аргументов, т.е. является стационарной. Для удобства физической интерпретации вместо k вводят в рассмотрение коэффициент $\tau = 1/k$, имеющий размерность [время]. Параметр называется постоянной времени системы и полностью характеризует ее поведение во времени. Более подробно, этот параметр определяет скорость, с которой уменьшается функция отклика (не переработанная информация). Окончательно экспоненциальную функцию отклика запишем в вид

$$h(t,W_i;u_i) =$$
$$= u_i \exp\left[-\frac{(t-W_i)}{\tau}\right],\ t \geq W_i \qquad (3.4)$$

Экспоненциальная функция отклика (3.4) широко применяется в физике и технике для описания убывающих процессов в связи с естественностью сделанных при ее выводе предположений. Постоянная времени определяет масштаб времени, в течение которого имеет смысл рассматривать поведение отклика. Например, если с момента W_i появления точки прошло время, равное постоянной времени, т.е. $t - W_i = \tau$, то $h = u_i\exp(-1) \approx 0{,}37u_i$, если равное трем постоянным времени, то $h = u_i\exp(-3) \approx 0{,}05u_i$ и т.д.

В связи этим необходимо еще раз подчеркнуть, что приведенная математическая модель остается оправданной, если безразмерное произведение $\tau\lambda(t)$ равно нескольким единицам. Действительно, функция интенсивности $\lambda(t)$ определяет среднее число точек на временном интервале, а постоянная τ – время реагирования системы на эти точки. Если $\tau\lambda(t) \gg 1$ то теряется характерная дискретность процесса и для его описания можно привлечь более простые модели, а если $\tau\lambda(t) \ll 1$, то точечный процесс с точки зрения реакции системы распадается на единичные события и изучение ее динамики может быть проведено методами меченых (а не фильтрованных) процессов.

Изложенные особенности характерны, очевидно, для любой убывающей функции отклика, поэтому для любой функции отклика можно ввести в рассмотрение характерное время τ.

Для получения аналитического результата предположим, что функция интенсивности λ является постоянной, а все метки имеют одинаковое математическое ожидание $M\{u_i\} = n$. Непосредственным вычислением в соответствии с (2.5) определим математическое ожидание на интервале времени $[0, t)$ фильтрованного пуассоновского процесса (3.4) с числом появившихся точек $N(t)$ и с функций отклика (3.1):

$$M_u\{y(t)\} = \int_0^t \lambda(s) Mh(t,s;u_i)ds =$$
$$= \lambda \exp(-t/\tau)\{u_i\}\int_0^t \exp(s/\tau)ds =$$
$$= \lambda\tau n[1-\exp(-t/\tau)]. \qquad (3.5)$$

Переработанная системой информация в соответствии с (2.8) принимает вид

$$M_u\{\hat{y}(t)\} =$$
$$= n\lambda t - n\lambda\tau\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]. \qquad (3.6)$$

Из (3.5) следует, что интеграл (2.7) сходится, равен $\lambda\tau n$ и, поэтому, переработанная информация (2.8) неограниченно возрастает:

$$\lim_{t\to\infty}(n\lambda t - \lambda\tau n[1-\exp(-t/\tau)]) =$$
$$= \lim_{t\to\infty} n\lambda t \qquad (3.7)$$

Таким образом, экспоненциальная функция, по-видимому, правильно описывающая некоторые аспекты переработки информации когнитивными системами, является одним из примеров из бесконечного числа подобных функций.

4. Динамика системы при наличии помех

Переработка информации когнитивными системами может сопровождаться помехами. Типичной помехой является внешний по отношению к системе фон, который может рассматриваться как всегда существующий точечный процесс появления ложной, нежелательной информации, не имеющей отношения к информации, подлежащей переработке. Примерами такого рода фона для коллективного сознания могут служить ложные предположения, слухи, которые «будоражат коллектив». Индивидуальное сознание может также испытывать влияние фона, тогда говорят «мысли путаются», «не могу сосредоточиться» и т.п.

Понятно, что система не может отличить полезную информацию от помехи (иначе она сразу бы игнорировалась) и перерабатывает ее точно так же, как и полезную. Вообще отнесение информации к помехе и полезной весьма условно. Тем не менее, будем полагать, что такой фон существует, механизм его возникновения не отличается от такового для полезной информации и что априори известны интенсивности точечного процесса появления полезной информации λ(t) и информации, представляющей собой помеху μ(t).

Тогда предположим, что системе предъявляется информация двух типов:

$$z(t) = y_c(t) + y_n(t) \qquad (4.1)$$

Информация первого типа $y_c(t)$ является полезной для системы и подлежит переработке, а второго типа $y_n(t)$ является ложной, нежелательной и не имеет отношения к полезной информации. Будем называть информацию первого рода сигналом, а второго рода помехой.

Возникает задача определения качества функционирования системы при наличии помех, которая в теории передачи информации и автоматического управления является одной их ключевых. Свойство системы функционировать при наличии помех называется помехоустойчивостью. Могут быть разработаны самые разные критерии помехоустойчивости, в том числе, использующие всю доступную вероятностную информацию о сигнале и помехе. Такие статистические критерии являются весьма эффективными, однако часто сложны для разработки алгоритмов их применения.

Более простым и одновременно наглядным является критерий отношения сигнал/помеха. Этот критерий может использоваться, например, при проектировании искусственных когнитивных систем [8].

Определение отношения сигнал/помеха также может быть сформулировано самыми разными способами. В технических приложениях традиционным способом является составление отношений квадратов процессов, являющихся только сигналом и сигналом с помехой. Квадратичное определение связано с тем, что процессы часто являются знакопеременными и линейное отношение, поэтому, может и не отвечать смыслу, вкладываемому в это отношение. Кроме того, квадрат процесса характеризует его энергию и квадратичное отношение тогда определяет отношение энергий, которое техническими устройствами измерить легче, чем отношение амплитуд.

Поскольку в рассматриваемой задаче процесс появления и переработки информации является по определению неотрицательным, то можно в качестве отношения сигнал/помеха ввести отношение математических ожиданий амплитуд переработанных системой процессов следующим образом:

$$\frac{C}{П} = \frac{M\{\hat{y}_c\}}{M\{\hat{y}_c + \hat{y}_п\}}, \qquad (4.2)$$

где $\hat{y}_c + \hat{y}_п$ – соответственно переработанное количество информации, связанное с сигналом и помехой и определяемое формулой (2.2).

Целесообразность определения (4.2) состоит в том, что оно при выполнении условия (2.9) положительно, ограничено единицей, при отсутствии помехи равно единице и, поэтому, удобно для сравнительных оценок.

Пусть математическое ожидание меток процесса $y_c(t)$ равно n_c, а процесса $y_n(t)$ равно $n_п$, функции интенсивности точечных процессов постоянны и равны, соответственно λ_c и $\lambda_п$.

Тогда отношение сигнал/помеха (4.2) принимает простейший вид

$$\frac{C}{П} = \left[\lambda_c n_c t - \lambda_c n_c \tau\left(1 - \exp\left(-t/\tau\right)\right)\right] / \left[\begin{array}{l}\lambda_п n_п t - \lambda_п n_п \tau\left(1 - \exp\left(-t/\tau\right)\right) + \\ + \lambda_c n_c t - \lambda_c n_c \tau\left(1 - \exp\left(-t/\tau\right)\right)\end{array}\right] = \lambda_c n_c / \left(\lambda_п n_п + \lambda_c n_c\right) \qquad (4.3)$$

Существенным является вопрос о времени начала действия сигнала и помехи на входе системы. Очевидно, что если фон действует на протяжении времени $T_з$ до появления полезного сигнала, то в момент t = 0 появления сигнала отношение сигнал/помеха является минимальным и растет с течением времени, стремясь к стационарному значению (4.3). Время $T_з$ может быть названо временем задержки появления сигнала. В этой ситуации отношение сигнал/помеха принимает вид

$$\frac{C}{П} = \left[\lambda_c n_c t - \lambda_c n_c \tau\left(1 - \exp\left(-t/\tau\right)\right)\right] / \left[\begin{array}{l}\lambda_п n_п \left(t + T_з\right) - \lambda_п n_п \tau\left(1 - \exp - \left(t + T_з\right)/\tau\right) + \\ + \lambda_c n_c t - \lambda_c n_c \tau\left(1 - \exp\left(-t/\tau\right)\right)\end{array}\right],$$

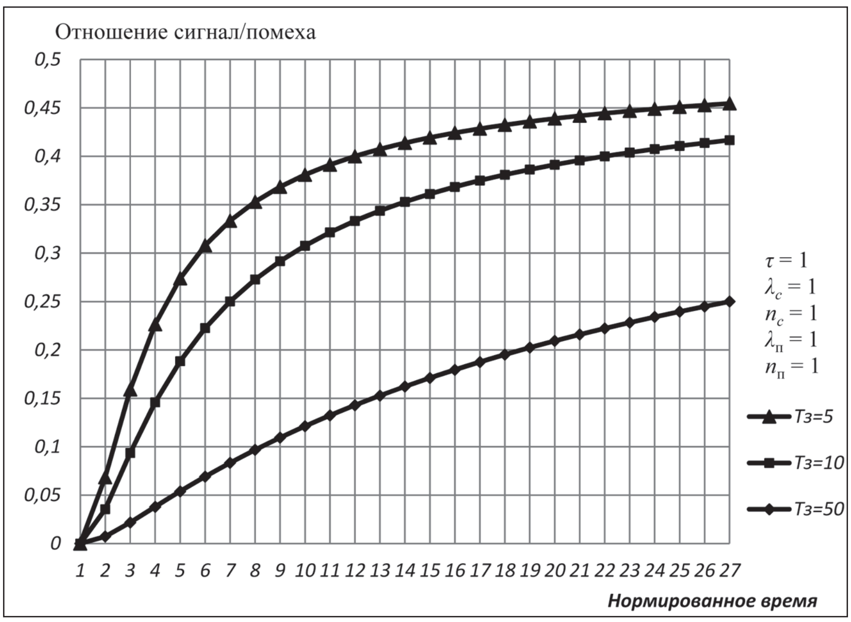

Рис. 2. Отношение сигнал/помеха для разных времен задержки. Помеха в виде фона

где время отсчитывается от момента появления сигнала.

На рис. 2 представлены графики отношения сигнал/помеха для разных значений времени задержки. Кривые стремятся к стационарной величине (4.3), равной для выбранных значений 0,5. Чем больше задержка, тем медленнее растет отношение сигнал/помеха, что отвечает интуитивному представлению.

5. Регулярный точечный процесс воздействий

Представляет интерес рассмотрение регулярного аналога фильтрованного процесса переработки информации. Положим, что результатом воздействия на систему меченого точечного процесса является процесс вида (2.1) в котором теперь времена появления точек W_i являются детерминированными, т.е. заранее известными, а метки, как и ранее, являются случайными неотрицательными величинами.

Такие процессы возникают, например, при реализации учебных курсов, когда моменты времени определяются расписанием занятий, выпуске периодических публикаций и т.п.

Для отличия такого процесса от уже рассмотренного введем для него обозначение

$$x(t)=\sum_{i=1}^{M(t)} h(t,W_i;v_i), \qquad (5.1)$$

где $M(t)$ –число появившихся к моменту времени t точек со случайными метками v_i.

Процесс $x(t)$ является, очевидно, случайным, поскольку содержит случайные аргументы v_i, однако его структура значительно проще, чем процесса (2.1.) со случайными временами появления точек. Математическое ожидание процесса (5.1.), очевидно, равно

$$M_y\{x(t)\}=\sum_{i=1}^{M(t)} M\{h(t,W_i;v_i)\}, \qquad (5.2)$$

где математическое ожидание вычисляется по отношению к случайным величинам v_i,

Рассмотрим экспоненциальную функцию отклика системы (3.4), которая принимает вид

$$h(t,W_i;v_i)=v_i \exp\left[-\frac{(t-W_i)}{\tau}\right],$$

а фильтрованный процесс

$$x(t)=\sum_{i=1}^{M(t)} v_i \exp\left[-\frac{t-W_i}{\tau}\right]. \qquad (5.3)$$

Для получения конечного результата и вычисления математического ожидания процесса (5.3) сделаем следующие упрощающие предположения: математические ожидания случайных величин v_i одинаковы и равны m, период следования точек является постоянным и равен T, т.е. $W_{i+1} - W_i = T$ или $W_i = (i-1)T$. Для вычислений важно определить на левом или правом конце регулярного временного интервала появляется новая точка. Следуя математической традиции, определим, что точка возникает на левом конце, т.е.

$$(M-1)\, t \le \mathrm{t} < MT,\ M \ge 1, \qquad (5.4)$$

где M – число точек, появившихся к моменту времени t.

Теперь математическое ожидание процесса $x(t)$ вычисляется:

$$M_y\{x(t)\}=m\sum_{i=1}^{M(t)} \exp\left[-\frac{(t-W_i)}{\tau}\right]= =m\exp(-t/\tau)\frac{\exp\left(\frac{MT}{\tau}\right)-1}{\exp\left(\frac{T}{\tau}\right)-1} \qquad (5.5)$$

Процесс (5.5) состоит из скачкообразных увеличений процесса на величину m между которыми процесс уменьшается по экспоненте с постоянной времени τ.

6. Манипулирование сознанием

В последнее время популярной стала идея ведения информационных войн, характерной особенностью которых является систематическое информационное воздействие на общественность и, вероятно, отдельных личностей. В [3] приведено следующее описание такой деятельности: «Манипулирование сознанием: от коммерческой рекламы до политической демагогии. Эти разнообразные виды деятельности объединяет стремление внушить человеку определенные устойчивые представления, т.е. сделать их частью его концептуальной системы. Успех приемов манипулирования часто достигается за счет создания ярких гештальтов (логотипов, слоганов, броских выражений типа «предательство», «беспредел», «распродажа Родины» и т.д.), которые воспринимаются непосредственно и не стимулируют рациональные размышления над воспринятым».

В связи с этим рассмотрим задачу организации преднамеренных помех процессу нормального (штатного) функционирования системы, которая может быть решена с применением критерия отношения сигнал/помеха

Пусть имеется недружественный системе источник информации, задачей которого является создание помех нормальному (штатному) процессу переработки информации системой. В рамках сформулированной модели эффективность такого источника может определяться изменением отношения сигнал/помеха при включении источника. Поскольку помеха является преднамеренной, то естественно (но не обязательно) предположить, что она представляет собой регулярный процесс, который в процессе преобразования системой описывается функцией (5.4). Как уже отмечалось, регулярная структура такой помехи может быть определена путем анализа времен появления точек, поэтому будем считать, что эта структура системе известна.

Конкретный вид помехи зависит от системы, для которой она предназначена. Например, если ставится задача воздействия на коллективное сознание, то помехой может быть регулярная последовательность публикаций в СМИ.

Будем для простоты полагать, что в соотношении (4.2) помехой является только систематический процесс

$$\hat{y}_{\text{п}} = = M_m - m\exp(-t/\tau)\frac{\exp\left(\frac{MT}{\tau}\right)-1}{\exp\left(\frac{T}{\tau}\right)-1}. \qquad (6.1)$$

Изучим поведение функции (6.1) при устремлении времени t, а также и M в соответствии с (5.4) к бесконечности. После вычислений получим $\lim\limits_{t,M\to\infty}(\hat{y}) = \lim\limits_{M\to\infty} M_m$. Заменив в (6.1) M на $(t/T) + 1$ в соответствии с равенством в (5.4), получим $\lim\limits_{M\to\infty} M_m = \lim\limits_{t\to\infty} mt/T$. Введем в рассмотрение для неслучайного процесса аналог $\mu = 1/T$ функции интенсивности λ для случайного точечного процесса. Окончательно получим

$$\lim_{t\to\infty} mt/T = \lim_{t\to\infty} m\mu t \qquad (6.2)$$

Совпадение формы (3.7) и (6.2) говорит о том, что при бесконечном времени развития точечного процесса различие между случайным и неслучайным процессами стирается. Отношение сигнал/помеха (4.2) тогда принимает вид

$$\frac{C}{\Pi} = \lambda_c n_c / \left(m\mu + \lambda_c n_c\right) \qquad (6.3)$$

Сравнение (6.3) и (4.3) позволяет сделать принципиальный вывод о том, что на бесконечности (практически это означает время длительностью несколько десятков постоянных времени системы) механизм и результат воздействия случайного фона и систематической помехи не отличаются. В свою очередь это означает, что с точки зрения динамики поведения отношения сигнал/помеха интерес представляют достаточно короткие промежутки времени (несколько десятков постоянных времени). При этом существенное значение имеет момент начала действия помехи.

В данной ситуации, в противоположность рассмотрению действия фона, естественно предположить, что помеха начинает действовать спустя некоторое время задержки $T_з$ после появления сигнала.

Таким образом, до появления помехи отношение сигнал/помеха все время равно единице, а с момента появления помехи уменьшается и стремится к стационарному значению (6.3). Из этого соотношения следует, что для любого параметра системы τ всегда можно подобрать такую последовательность помехи с характеристиками m (среднее количество информации помехи) и T (частота воздействия), что отношение сигнал/помеха можно сделать сколь угодно малой. Физический смысл отношения сигнал/помеха означает, в свою очередь, что система при этом перестает нормально функционировать.

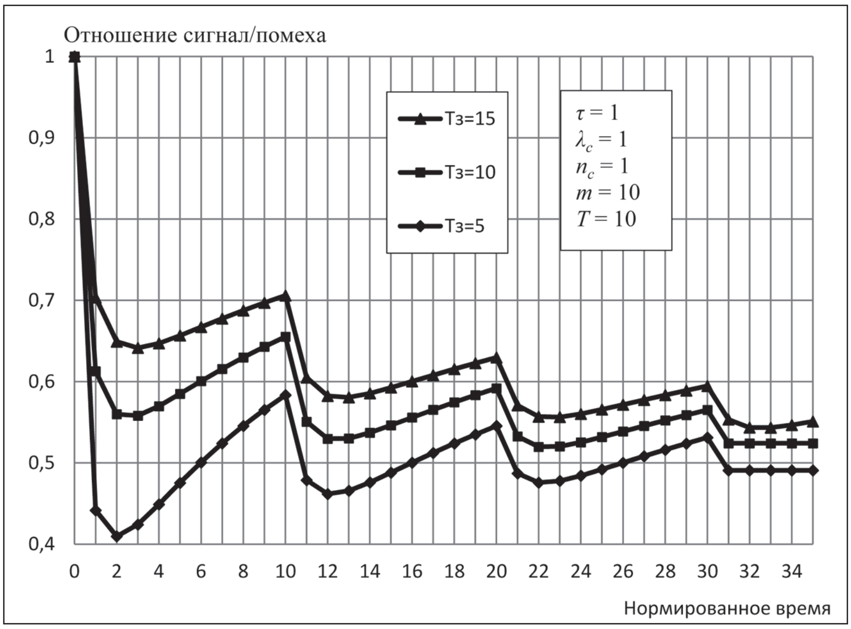

Рис. 3. Отношение сигнал/помеха для разных времен задержки. Регулярная помеха

Аналитическое отношение сигнал/помеха для этой ситуации получается, если в формуле (3.6) заменить аргумент сигнала на $t + T_з$, а для помехи использовать общее выражение (6.1). Ввиду громоздкости получаемая формула не приводится. Расчеты отношения сигнал/помеха для разных времен задержки представлены на рис. 3.

На графиках отчетливо проявляются времена появления систематической помехи с относительным периодом 10 (моменты времени 1,11,21,31). Чем меньше время задержки в постановке помехи, тем глубже провалы отношения сигнал/помеха и тем быстрее оно стремится к величине (6.3), равной для выбранных данных 0,5.

7. Единичные воздействия. Черные лебеди

Интересным частным случаем появления помех является единичное случайное воздействие большой интенсивности (в информационном понимании), которое может практически мгновенно привести систему в неработоспособное состояние.

Такие единичные события характеризуются большой степенью неопределенности, а в политике и экономике такие события уже устойчиво именуются Черными лебедями вслед за их оригинальным исследованием в [9].

Черный лебедь может появляться в заранее известное время, а его неопределенность характеризуется неожиданностью исхода. В соответствии с принципами теории информации количество информации равно минус логарифму вероятности появления такого события и поэтому может достигать больших значений при малых вероятностях.

Таким Черным лебедем может быть сообщение о неожиданном результате референдума или выборов, о выигрыше в спортивном состязании заведомого аутсайдера, выигрыш джек-пота в лотерею и т.п.

Черный лебедь другого типа может появиться неожиданно (в случайное время) и характеризоваться такой же неопределенностью, как и Черный лебедь первого типа. Таким Черным лебедем может быть сообщение о катастрофе, теракте и т.п.

Для простоты изучим отношение сигнал/помеха для единичного Черного лебедя, появившегося в заранее известный момент с задержкой $T_з$ по отношению к началу действия сигнала и имеющему среднее значение m, значительно превосходящее среднее значение сигнала n. Тогда можно применить формулу (6.1) при $M = 1$, которая принимает вид

$$\hat{y}_{п} = m - m\exp(-t/\tau) = \\ = m[1 - \exp(-t/\tau)] \quad (7.1)$$

Отношение (4.2) сигнал/помеха с учетом условия $m \gg n$ становится равным

$$\frac{C}{П} = [n_c\lambda_c t - n_c\lambda_c\tau(1 - \exp(-t/\tau))]/ \\ /[n_c\lambda_c t + m(1 - \exp(-t/\tau))] \quad (7.2)$$

Соотношение сигнал/помеха с учетом известной задержки получается после замены в (7.2) аргумента сигнала на $t + T_з$. В отличие от (6.3) отношение (7.2) стремится к единице при устремлении времени к бесконечности для любой времени задержки, не равной бесконечности. Это свидетельствует о возможности практически полного восстановления системы с течением времени. Динамика такого восстановления для разных средних значений Черного лебедя приведена на рис. 4. Для читаемости графиков начальные значения отношения сигнал/помеха, равные 1 при $t = 0$ опущены. Приведенные соотношения позволяют оценить время восстановления работоспособности системы в зависимости от среднего значения Черного лебедя и других параметров. Например, если положить, что работоспособность системы нарушается при отношении сигнал/помеха меньше 0,5, то при среднем значении Черного лебедя $m = 15$ восстановление работоспособности произойдет через время, соответствующее 17 постоянным времени системы.

Отметим, что случайность времени появления Черного лебедя второго типа, может быть учтена путем усреднения отношения сигнал /помеха на интервале ожидания события, например, $[0, T)$. Действительно, полагая, что $T_з$ является случайным временем появления события, с плотностью вероятности $p(T_з)$ на указанном интервале, получим

$$M\left[\frac{C}{П}(T)\right] = \int_0^T \frac{C}{П}(T_з)p(T_з)dT_з \quad (7.3)$$

Это соотношение показывает, что распределение $p(T_з)$ должно быть определено на интервале положительных аргументов. Поэтому, в частности, оно не может быть гауссовским, что подтверждает тезис, подробно обсуждаемый в [9].

В связи с этим для получения прикладных результатов целесообразно полагать, что время появления Черного лебедя распределено на интервале ожидания равномерно. Очевидно, что такое предположение является наихудшим с точки зрения системы, поскольку равномерное распределение не позволяет учесть возможную статистическую неравномерность появления события. Формула (7.3) тогда принимает простейший вид

$$M\left[\frac{C}{П}(T)\right] = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{C}{П}(T_з)dT_з$$

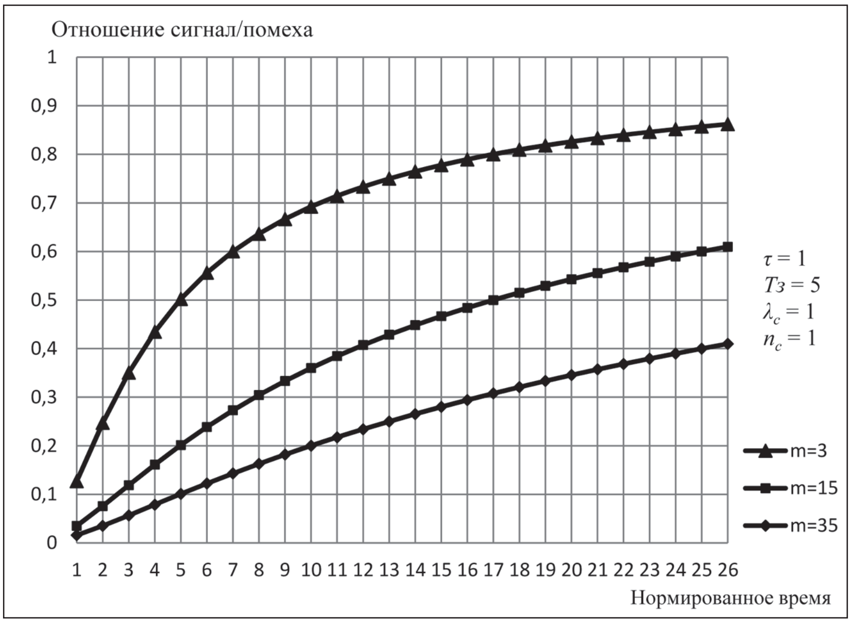

Рис. 4. Отношение сигнал/помеха для Черного лебедя

Аналогичным образом могут быть обобщены результаты п.6 на случайное время появление первой точки из регулярной совокупности.

Заключение

В работе представлены результаты применения теории точечных случайных процессов к исследованию динамики когнитивных систем, а также прикладные соотношения оценки работоспособности таких систем в условиях помех.

Предложена модель состояния когнитивной системы (развития во времени процесса обдумывания образа) в виде убывающей функции времени, характеризуемой некоторой постоянной времени. Простейший частный случай такой модели, широко применяемый в теории систем управления, позволил получить понятные и допускающие аналитическое исследование результаты.

На основе сформулированной математической модели и с применением хорошо изученных методов линейных динамических систем получены основные статистические характеристики состояния когнитивной системы – математическое ожидание не переработанной и переработанной системой информации. Сформулирован критерий работоспособности систем при наличии помех в виде отношения сигнал/помеха, получены и изучены выражения для этого соотношения для ряда типичных ситуаций.

Предпринятое рассмотрение, является, конечно, весьма грубым. Оно может быть улучшено, например, если, следуя [1], представить процесс в когнитивной системе как последовательность преобразований частных понятий в более общие. Такая модель может быть реализована путем применения многомерных точечных процессов с индивидуальными характеристиками с их последующей редукцией в единый процесс. Для применения числовых отношений типа сигнал/помеха необходимо тогда введение в рассмотрение в индивидуальных векторных пространствах подходящей нормы (обобщение понятия длины вектора).

Литература

1. *Валькман Ю.Р.* Когнитивная семиотика: гештальты и знаки, целостность и структура // Сборник трудов XV Международной конференции «Искусственный интеллект (КИИ-2016)», Россия, Смоленск, октябрь. 2016, Т. 2, стр. 250–258.
2. *Лакофф Д.* Женщины, огонь и опасные вещи: Что категории языка говорят нам о мышлении. М.: 2004.
3. *Кузнецов О.П.* Когнитивная семантика и искусственный интеллект // Искусственный интеллект и принятие решений, № 4/2004, стр. 32–42.
4. *Кастлер Г.* Возникновение биологической организации. М.: Мир; 1967. 90 с.
5. *Солодова Е.А.* Новые модели в системе образования: Синергетичекий подход / предисл. Г.Г. Малинецкого. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. – 344 с.
6. *Солодов А.В.* Теория информации и ее применении к задачам автоматического управления и контроля. М.: Наука; 1967. 432 с.
7. *Donald L. Snyder, Michael I. Miller.* Random Point Processes in Time and Space. Second Edition Springer-Verlag New York Inc. 1991. 488 с.
8. *Трембач В.М.* Система управления базами эволюционирующих знаний для решения задач непрерывного образования. М.: МЭСИ. 2013. – 255 с.
9. *Талеб Н.* Черный лебедь. Под знаком непредсказуемости. М.: КоЛибри. 2012. – 736 с.

References

1. *Val'kman Yu.R.* Kognitivnaya semiotika: geshtal'ty i znaki, tselostnost' i struktura // Sbornik trudov XV Mezhdunarodnoy konferentsii «Iskusstvennyy intellekt (KII-2016)», Rossiya, Smolensk, oktyabr'. 2016, Vol. 2, Pp. 250–258. (in Russ.)
2. *Lakoff D.* Zhenshchiny, ogon' i opasnye veshchi: Chto kategorii yazyka govoryat nam o myshlenii. M.: 2004.
3. *Kuznetsov O.P.* Kognitivnaya semantika i iskusstvennyy intellekt // Iskusstvennyy intellekt i prinyatie resheniy, № 4/2004, Pp. 32–42. (in Russ.)
4. *Kastler G.* Vozniknovenie biologicheskoy organizatsii. M.: Mir; 1967. 90 p. (in Russ.)
5. *Solodova E.A.* Novye modeli v sisteme obrazovaniya: Sinergetichekiy podkhod / predisl. G.G. Malinetskogo. M.: Knizhnyy dom «LIBROKOM», 2012. – 344 p. (in Russ.)
6. *Solodov A.V.* Teoriya informatsii i ee primenenii k zadacham avtomaticheskogo upravleniya i kontrolya. M.: Nauka; 1967. 432 p. (in Russ.)
7. *Donald L. Snyder, Michael I. Miller.* Random Point Processes in Time and Space. Second Edition Springer-Verlag New York Inc. 1991. 488 p. (in Russ.)
8. *Trembach V.M.* Sistema upravleniya bazami evolyutsioniruyushchikh znaniy dlya resheniya zadach nepreryvnogo obrazovaniya. M.: MESI. 2013. – 255 p. (in Russ.)
9. *Taleb N.* Chernyy lebed'. Pod znakom nepredskazuemosti. M.: KoLibri. 2012. – 736 p. (in Russ.)

Сведения об авторах

Александр Александрович Солодов,
доктор технических наук, профессор,
Генеральный директор ООО «Технопрогресс 2000»,
Москва, Россия
E mail: aasol@rambler.ru
Тел. (903) 726 10 09

Елена Александровна Солодова,
научный руководитель
Psychologenpraktijk Westerhaven,
Гронинген, Нидерланды
E mail: a.solodova@psychologenpraktijk-westerhaven.nl
Tel: +640473158

Information about the author

Alexandr A. Solodov
Doctorate of Engineering Sciences, Professor,
General Manager «Tekhnoprogress 2000»,
Moscow, Russia
E mail: aasol@rambler.ru
Tel: (903) 726 10 09

Elena A. Solodova
Scientific Director of the company
Psychologenpraktijk Westerhaven,
Groningen, Netherlands
E mail: a.solodova@psychologenpraktijk-westerhaven.nl
Tel: +640473158