УДК 51-74
DOI: http://dx.doi.org/10.21686/1818-4243-2019-5-74-82

**В.А. Судаков[1], Ю.П. Титов[2]**

[1]Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва, Россия
[2]Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

# Решение задачи определения времени выполнения работы группой сотрудников с помощью нечетких множеств*

***Цель исследования.*** *Целью исследования является разработка алгоритмов вычисления времени выполнения задачи группой работников. Рассматривается возможность применения нечетких множеств для задания времени выполнения работы одним работником и подход к заданию нечетких множеств времени выполнения работы, при общении с работником, основанный на оптимистичном и пессимистичном временах выполнения работы. При этом для вычисления результирующего времени выполнения работы множеством работников приводится новый алгоритм обобщения нечетких функций, заданных на различных несущих множествах.*

***Материалы и методы исследования.*** *В основе предложенного алгоритма лежит идея вычисления итогового времени выполнения задачи для определенного значения функции принадлежности. Для вычисления времени выполнении задачи предлагается использовать производительность работников, вычисленных из нечетких функций времени выполнения работы. Для возможности применения алгоритма обобщения на «четкие» функции принадлежности нечеткой функции времени выполнения работы конкретным работником накладываются ограничения. Данные функции должны быть непрерывными, монотонными и в пределах принимать значения 0 и 1. При выполнении ограничений процедура обобщения, определенная как поиск максимина функций, может быть представлена в виде поиска аргументов функций принадлежности для одинаковых значений самих функций. В случае задания функции принадлежности отдельного работника в виде кусочной функции алгоритм обобщения требует рассмотрения только точек, в которых кусочные функции имеют точки перегиба. После назначения группы работников на задачу необходимо вычислить все точки перегиба результирующего времени выполнения р74аботы. Для каждого полученного значения функции принадлежности необходимо вычислить общую производительность всех работников. В результате получается кусочная функция принадлежности нечеткой функции производительности всех работников, назначенных на задачу, из которой можно вычислить и функцию принадлежности нечеткой функции времени выполнения задачи.*

***Результаты.*** *Рассмотрена процедура задания нечетких множеств времени выполнения задачи для каждого отдельного работника. Предложен новый алгоритм вычисления времени выполнения задачи группой работников с помощью нечетких множеств. Для предлагаемого алгоритма создан математический аппарат процедуры обобщения нечетких функций, заданных на различных несущих множествах. В работе приведен подробный разбор предложенного алгоритма обобщения для двух работников с различными функциями принадлежности времени выполнения работы. Кроме того, с помощью программного обеспечения, была решена задача определения времени выполнения работы при решении задачи составлении бригад программистов (35 программистов) при разработке программного продукта (разбитого на 15 задач). При этом задачу о назначении приходилось решать вручную.*

***Заключение.*** *Предложенный подход позволяет достаточно просто вычислять обобщенное время выполнения работ, но и требует дальнейших исследований. В основном требуются исследования, которые позволили бы проводить процедуру дефазификации или построить систему поддержки решений, основанную на нечетких критериях. Также возможны исследования связанные с заменой кусочной функции на другую монотонную, непрерывную функцию.*

***Ключевые слова:*** *нечеткие множества, процедура обобщения, управление персоналом, метод критического пути, задача о назначении*

**Vladimir A. Sudakov[1], Titov Yu. Pavlovich[2]**

[1]Keldysh Institute of Applied Mathematics, RAS, Moscow, Russia
[2]Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

# Solving the problem of determining the time of work by a group of employees using fuzzy sets

***Purpose of the research.*** *The aim of the study is to develop algorithms for calculating the time to complete a task by a group of workers. The possibility of using fuzzy sets to set the time to complete the work by one employee, and the approach to setting fuzzy sets of the time to complete the work when communicating with the employee, based on optimistic and pessimistic times of work. At the same time, a new algorithm for summarizing fuzzy functions defined on different bearing sets is presented for calculating the resulting time to complete work by many workers.*

***Materials and research methods.*** *The proposed algorithm is based on the idea of calculating the total task execution time for a certain value of the membership function. To calculate the time to complete the task, it is proposed to use the productivity of workers calculated from fuzzy functions of the time to complete the work. For the possibility of applying the generalization algorithm to the "clear" membership functions of the fuzzy function of the time the work is performed by a specific employee, restrictions are imposed. These functions must be continuous, monotonic and within the range take values 0 and 1. When the constraints are satisfied, the generalization procedure, defined as a search for the maximin of functions, can be represented as a search for arguments of membership functions for the same values of the functions themselves. In the case of specifying the membership*

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-00-00012 (18-00-00011) КОМФИ

*function of an individual employee in the form of a piecewise function, the generalization algorithm requires consideration only of the points at which the piecewise functions have inflection points. After assigning a group of workers to the task, it is necessary to calculate all the inflection points of the resulting time to complete the work. For each obtained value of the membership function, it is necessary to calculate the total productivity of all employees. The result is a piecewise membership function of the fuzzy productivity function of all the workers assigned to the task, from which we can calculate the membership function of the fuzzy function of the task execution time.*
***Results.*** *The procedure for setting fuzzy sets of task execution time for each individual employee is considered. A new algorithm for calculating the time to complete a task by a group of workers using fuzzy sets is proposed. For the proposed algorithm, a mathematical apparatus has been created for the procedure for generalizing fuzzy functions defined on various bearing sets. The paper provides a detailed analysis of the proposed generalization algorithm for two workers with different membership functions of the time of the work. In addition, with the help of software, the problem of determining the time to complete the work was solved when solving the problem of compiling teams of programmers (35 programmers) during the development of a software product (broken down into 15 tasks). At the same time, the assignment problem had to be solved manually.*
***Conclusion.*** *The proposed approach makes it easy enough to calculate the generalized time to complete the work, but also requires further research. Basically, research is required that would allow for a defazification procedure or a decision support system based on fuzzy criteria. Studies related to the replacement of piecewise function by another monotonic, continuous function are also possible.*

***Keywords:*** *fuzzy sets, generalization procedure, personnel management, critical path method, assignment problem*

## 1. Введение

В современном мире планирование сроков выполнения проекта обычно делают с помощью построения сетевого графика работ. [1,2] При этом до сих пор основным методом расчета сроков проекта остается метод критического пути (Critical Path Method, CPM) [3]. Применение данного метода накладывает ограничения на сетевой график, основным из которых является необходимость знать точное время выполнения работы. Точно определить это время крайне сложно, поэтому для определения этого времени используется метод PERT, разработанный в 1958 году и определяющий время выполнения каждой работы по формуле, использующей оптимистичное, пессимистичное и ожидаемое время выполнения работы: $t_e = \frac{1}{6} \times \left(t_o + 4 \times t_m + t_p\right)$ [4]. Но, если на задачу назначена команда разработчиков, то определение этого времени делается очень не точно. Кроме того очень сложно определять зависимости этого времени от количества сотрудников и их персональных навыков.

В работе рассматривается возможность применения нечетких множеств для решения задач управления персоналом. Примером такой задачи может служить задача о назначении работников на определенные виды работ. Для подобных задач обычно необходимо задать время выполнения работником определенных работ, но так как оценка данного времени не может быть определена точно, то можно применять нечеткую переменную времени.[5–9] Можно также задать «четкую» функцию принадлежности $v_{i,j}(t)$ с насыщением, для нечеткой переменной $t_{i,j}$, определяющую время выполнения работы $j$-го типа для $i$-го работника. Если несколько работников назначить на одну задачу, то время выполнения этой задачи будет меньше, и для оценки этого времени часто применяют понятие производительности работника, которую вычисляют как обратную величину времени выполнения работы, т.е. $p_{i,j} = 1/t_{i,j}$. «Четкая» функция принадлежности $\mu_{i,j}(p_{i,j})$ с насыщением, для нечеткой переменной $p_{i,j}$ определяется по формуле $\mu_{i,j}(p_{i,j}) = 1 - v_{i,j}(t_{i,j})$. В таком виде данная функция принадлежности определяет производительность работника. Для получения общей производительности всех работников, назначенных на задачу необходимо провести операцию обобщения. Но операция обобщения определена для нечетких чисел или для нечетких функций, определенных на одинаковых несущих множествах. Предложен алгоритм проведения операции обобщения для нечетких функций, определенных на различных несущих множествах при выполнении некоторых ограничений.

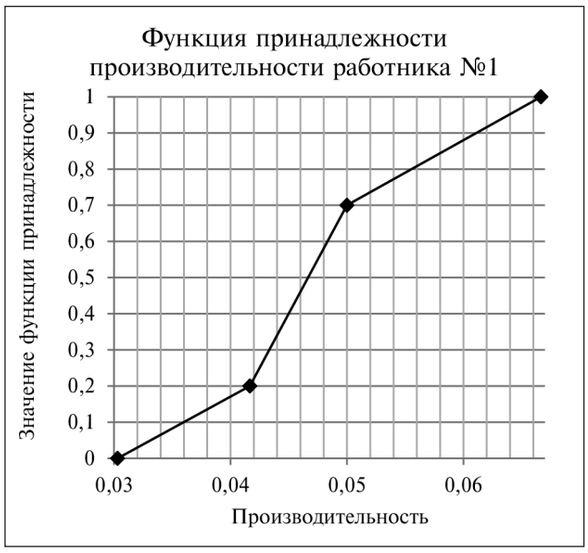
## 2. Описание метода получения функции принадлежности

Функция принадлежности $v_{i,j}(t)$ может быть задана как кусочная функция. В данном случае для задания кусочной функции принадлежности можно применять метод PERT. Пессимистический и оптимистический сроки можно вычислить исходя из статистических методов или прогноза. Ожидаемое время выполнения работы может быть определено путем экспертной оценки, в том числе и с привлечением самого работника. В общем случае не обязательно ограничиваться 3-мя значениями. Но такая функция должна быть непрерывной и монотонной. Для оптимистичного срока значение функции принадлежности $v_{i,j}(t) = 1$, а для пессимистического $v_{i,j}(t) = 0$.

Пусть, для примера, произведен опрос двух работников для оценки времени выполнения одной, определенной работы. При оценке времени работника, кроме времени выполнения работы, просили определить позитивные и негативные риски, связанные с предложенной работы [10, 11]. Негативные риски — те, что могут увеличить срок выполнения работы, а позитивные — уменьшить. После этого просим оценить время работы при условии срабатывания всех позитивных факторов (оптимистичный срок) и всех негативных факторов (пессимистичный

| Время | 15 | 20 | 24 | 33 |
|---|---|---|---|---|
| Значение функции принадлежности | 0 | 0,3 | 0,8 | 1 |

| Время | 20 | 27 | 40 |
|---|---|---|---|
| Значение функции принадлежности | 0 | 0,6 | 1 |



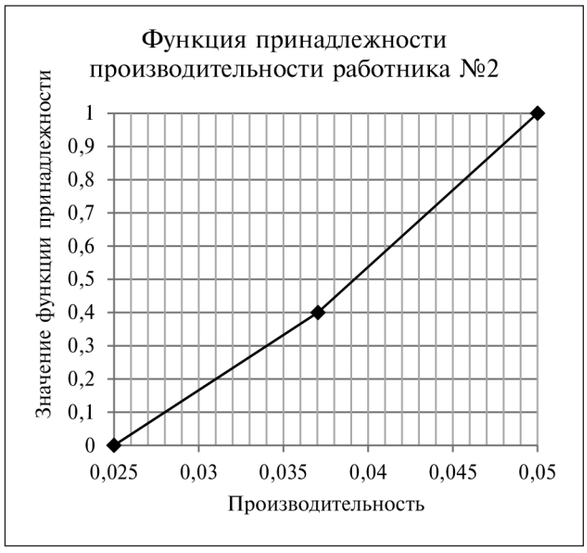




**Рис. 1. Времена выполнения работы и соответствующие производительности работников**

срок). После этого для предлагаемого времени выполнения работы у работника просим определить вероятность выполнения работы. Если работник затрудняется дать оценку, то можно предложить ему определить несколько времен и указать для них вероятности выполнения работы. Но следует помнить, что при увеличении времени работы вероятность ее выполнения не должна уменьшаться. Пусть два работника указали следующие времена выполнения работы (рис. 1).

## 3. Вычисление общей производительности

Для всех работников, назначенных на данную работу, вычисляют общую их производительность по формуле: $p_j = \sum_{i \in I_j} p_{i,j}$, где $p_j$ – производительность выполнения $j$-ой работы; $I_j$ – множество всех работников назначенных на $j$-ю работу; $p_{i,j}$ – производительность выполнения $j$-ой работы $i$-м работником. Сумма нечетких множеств $p_{i,j}$ находится на основе принципа обобщения.

$$\mu_j\left(p_j\right) = \max_{p_j = \sum_{i \in I_j} p_{i,j}} \left(\min_i \left(\mu_{i,j}\left(p_{i,j}\right)\right)\right)$$

Подобные формулы применяются при объединении нечетких чисел, а для нечетких множеств процедура объединения используются только в случае одинаковых несущих множеств. [12] В нашем же случае у обоих работников разное, непрерывное несущее множество. В работе будут определены правила проведения обобщения для нечетких множеств, определенных на

непрерывном несущем множестве и имеющих непрерывную, монотонную, «четкую» функцию принадлежности.

Из общей производительности работы можно найти общее время выполнения работы по формуле: $t_j = 1/p_j + (n-1)\times t_{вз}$, где $n$ – количество работников назначенных на $j$-ю работу; $t_{вз}$ – время, которое тратится на взаимодействие между работниками. Причем это время может быть нечетким, и задано с помощью «четкой» функции принадлежности $\gamma_{i1,i2,j}(t)$ с насыщением. Эта функция в общем виде зависит от типа выполняемой работы и от каждого сотрудника, позволяющая определять различную сложность и способ их взаимодействия. Для представленного примера функция принадлежности общей производительности приведена на рис. 2.

Функция принадлежности при таком подходе теряет монотонность. Эта особенность связана с отсутствием учета при применении процедуры обобщения только узловых значений функции принадлежности нечеткой функции времени выполнения работы каждым отдельным работником. На рис. 3 показан результат перебора всех точек с целью вычисления значений функции принадлежности по правилу обобщения. Но поиск значений функции принадлежности в этом случае очень ресурсоемкий и неэффективный.

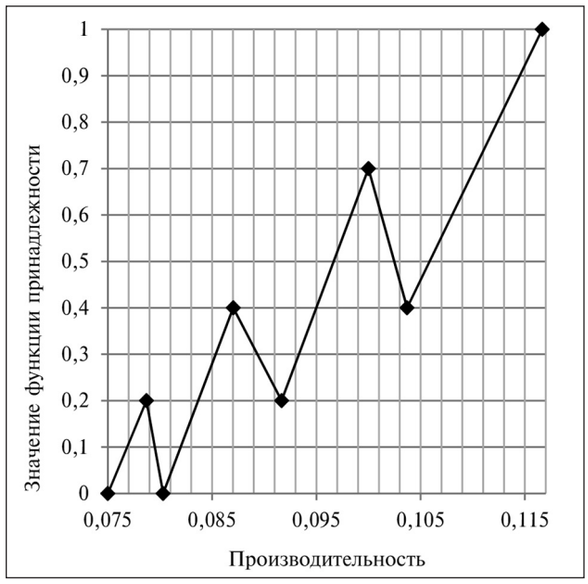



**Рис. 2. Функция принадлежности общей производительности работников № 1 и № 2 без учета взаимодействия, вычисленная по опорным точкам**

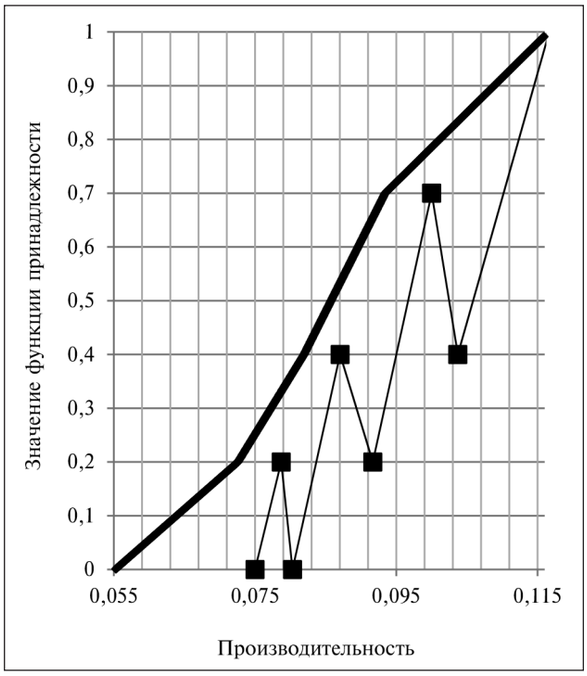



**Рис. 3. Функция принадлежности общей производительности работников № 1 и № 2 без учета взаимодействия. Точки – функция, вычисленная по опорным точкам. Кривая – функция, вычисленная в результате программного перебора всех возможных комбинаций точек**

## 4. Математическая модель вычисления обобщенной функции принадлежности

Для более эффективной процедуры вычисления значений функции принадлежности воспользуемся свойствами, накладываемые на функцию $\nu_{i,j}(t)$: непрерывность и монотонность. Преобразования, которые проводятся для получения $\mu_{i,j}(p)$, сохраняют свойства непрерывности и монотонности и для функции $\mu_{i,j}(p)$. Свойства непрерывности и граничные условия, определяющие значения $p_{i,j}$ в которых значение функции принадлежности $\mu_{i,j}(p)$ принимает значение 0 и 1, гарантируют, что после процедуры обобщения вычисленная функция принадлежности $\mu_j(p)$ будет принимать все значения от 0 до 1, т.е. для $\forall \mu \in (0..1) \exists p : \mu_j(p) = \mu$.

Из-за задания функции принадлежности в виде кусочной функции, производная этой функции между точек перегиба постоянна, что позволяет не рассматривать все множество точек функции, а только точки ее перегиба. Свойство монотонности функций принадлежности нечетких функций производительности работников позволяет сделать вывод, что обобщенная функция принадлежности тоже будет монотонна и для нее будет выполняться условие: $\forall p1, p2 : p1 > p2 \, \mu_j(p1) \geq \mu_j(p2)$. Так как обобщенная функция будет принимать все значения в интервале (0..1), то максимум обобщенной функции принадлежности для каждой точки будет в случае равенства значений функции принадлежности нечеткой функции производительности каждого работника.

$$\mu_{i1,j}\left(p_{i,j}\right) = \mu_{i2,j}\left(p_{i,j}\right) =$$

$$= \max_{p_j = \sum_{i \in I_j} p_{i,j}} \left( \min_i \left( \mu_{i,j}\left(p_{i,j}\right) \right) \right) = \mu_j\left(p_j\right) : \forall i1, i2$$

Тогда задачу нахождения значения обобщенной функции принадлежности для точки можно изменить на подобную задачу нахождения аргумента обобщенной функции принадлежности $p_j$ для каждого значения функции принадлежности $\mu_j(p_j)$ из интервала (0..1).

$$p_j = \sum_{i \in I_j} p_{i,j} : \mu_j\left(p_j\right) = \mu_{i,j}\left(p_{i,j}\right),$$

$$\text{для } \forall i \Sigma I_j, \forall \mu_j\left(p_j\right) \in (0\ ..1)$$

Исходя из того, что обобщенная функция является кусочной, то можно рассматривать не все значения обобщенной функции принадлежности, а только значения равные точкам перегиба функции принадлежности нечеткой функции каждого работника, назначенного на работу.

Для примера приведенного выше можно выделить 5 точек перегиба, соответствующих следующим значения обобщенной функции принадлежности: 1; 0,7; 0,4; 0,2; и 0, взятые из рис. 1. 1; 0,7; 0,2; 0 для первого работника и 1; 0,4; 0 для второго. Значение функции принадлежности нечеткой функции обобщенной производительности будет принимать значение равное 0 до точки 0,0303 + 0,025 = 0,0553. Далее у функций принадлежности нечетких функций производительности работников № 1 и № 2 изменяются значения производных. Это приводит к изменению производной обобщенной функции принадлежности. В результате необходимо вычислить следующую точку. Для значения функции принадлежности $\mu_{1,j}(p_j) = 0{,}2$ для работника № 1 известно значение производительности $p = 0{,}0417$. Для работника № 2 значение производительности необходимо вычислить исходя из линейной интерполяции двух точек: (0; 0,025) и (0,4; 0,037). Значение функции принадлежности нечеткой функции производительности работника № 2 принимает значение $\mu_{2,j}(p_j) = 0{,}2$ в точке $p = 0{,}0316$. Значение функции принадлежности нечеткой функции обобщенной производительности $\mu_j(p) = 0{,}0417 + 0{,}0316 = 0{,}0733$. Изменение производной функции принадлежности нечеткой функции производительности работника № 1 делает необходимым поиск следующей точки. Результат вычисления функции принадлежности нечеткой функции обобщенной производительности приведен на рис. 4.

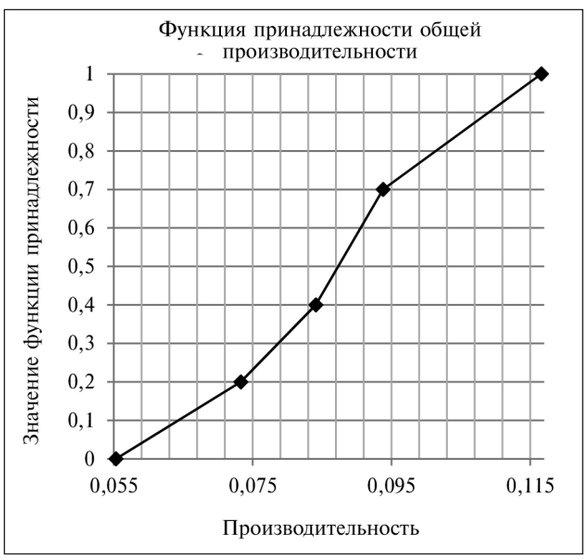
## 5. Время на взаимодействие работников

Если взаимодействие определяется скалярным значением, возможно, зависящем от количества и качества работников, то время выполнения необходимо сдвинуть на соответствующую величину. В случае, когда затраты времени на взаимодействие задано в виде нечеткой функции с кусочной функцией принадлежности, то необходимо провести процедуру обобщения функции принадлежности общего времени выполнения работ и времени, которое затрачивается на взаимодействие работников.

Так как основной проблемы нечетких множеств является сложность их задания, то стоит привести пример процедуры определения времени взаимодействия сотрудников. Если

| Производит. | 0,0553 | 0,0733 | 0,0841 | 0,0938 | 0,1166 |
|---|---|---|---|---|---|
| Значение функции принадлежности | 0 | 0,2 | 0,4 | 0,7 | 1 |

| Время | 18 | 14 | 12 | 11 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| Значение функции принадлежности | 1 | 0,8 | 0,6 | 0,3 | 0 |



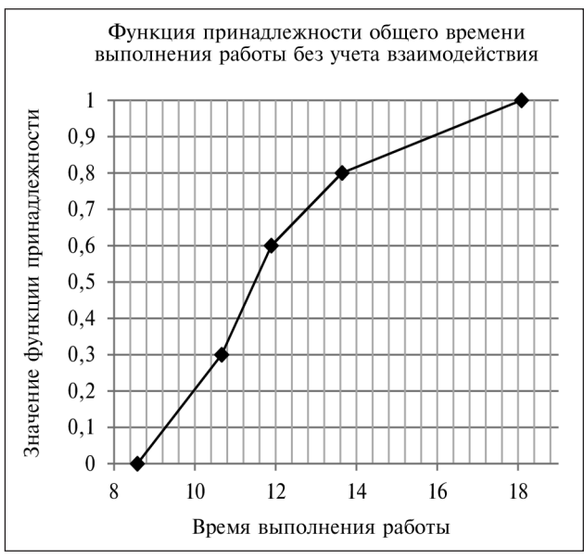




**Рис. 4. Функции принадлежности общего времени выполнения работы и производительности без учета взаимодействия**

представить самый неоптимальный случай взаимодействия, то он может быть описан фразой: «Хочешь сделать хорошо, сделай сам». В таком случае более опытный работник, т.е. работник, который делает работу быстрее, обучает неопытного до условного своего уровня. В таком случае можно выбрать четкое число равное разнице в пессимистическим времени выполнения работы работниками или как максимум функции принадлежности $\gamma_{i1,i2,j}(t)$ нечеткой функции взаимодействия двух работников, вычисленной по принципу обобщения.

$$t_{\text{вз}} = \max_t(\gamma_{i1,i2,j}(t)) = \max_t\left(\nu_{i1,j}\left(t_{i1,j}\right) - \nu_{i2,j}\left(t_{i2,j}\right)\right),$$

для $\forall i1, i2 \in I_j$

Для предложенного примера взаимодействия двух работников разница во времени равна 40 – 33 = 7. В общем случае это достаточно пессимистичная оценка времени взаимодействия работников. Для нашего примера, время для взаимодействия двух сотрудников составляет более 20% времени выполнения задачи в одиночку. Но это время – самый неблагоприятный вариант общения между сотрудниками. Предлагается умножить его на коэффициент общения ($k_{\text{вз}}$), который определяет насколько плотно необходимо взаимодействовать. $k_{\text{вз}}$ = 1 для случая постоянного взаимодействия сотрудников, например по принципу два сотрудника за одним компьютером, а $k_{\text{вз}}$ = 1 для случая, когда взаимодействия меду работниками не требуется. Кроме того этот коэффициент описывает взаимодействие между всеми сотрудниками, назначенными на работу, и может описывать различные методы взаимодействия целой группы работников.

Если рассматривать все возможные взаимодействия между работниками, то это время будет очень сильно влиять на общее время выполнения задачи. Взаимодействие между работниками может быть представлено в виде полносвязанного графа взаимодействия G(V,E), где V – множество вершин, соответствующим работникам, а E – множество дуг, соответствующее взаимодействиям между ними и определяющие необходимое время. Например, на рис. 5 представлен граф взаимодействия шести работников. Суммарное время, которое требуется для взаимодействия равно сумме всех значений дуг графа, и для нашего примера равно 77. В таком случае следует установить низкий $k_{\text{вз}}$ = 0,05 так как время 77 сильно избыточно и, скорее всего, превосходит время, требуемое на выполнение работы. В качестве другого времени можно рассмотреть только дуги, образующие гамильтонов путь (на рисунке отмечены жирными линиями). [13] Гамильтонов путь в данном случае опишет только общение между работниками одного «умения» и будет достаточно оптимистическим

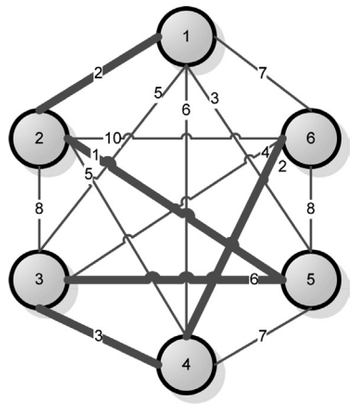



**Рис. 5. Граф взаимодействия между сотрудниками**

**Рис. 6. Функция принадлежности общего времени выполнения работы с учетом взаимодействия**

временем, так как наиболее часто требуется как раз другие виды общения в группе. В таком случае время взаимодействия будет равно 14 и $k_{\text{вз}}$ стоит взять в промежутке (0,1; 0,5). Но вычисление гамильтонова пути очень трудоемкая задача.

В качестве адекватной оценки времени взаимодействия можно использовать оценку времени взаимодействия каждого работника только с работником, имеющим наибольший опыт, т.е. выполняющего данную работу за наименьшее время. Такой подход похож на взаимодействие руководителя отдела со своим отделом и в целом с достаточно небольшой погрешностью может описать все необходимые взаимодействия в команде. Кроме того такой подход достаточно прост в реализации и вычислении. В нашем примере с шестью работниками наилучшим работником был работник № 2, а время, необходимое на взаимодействие, равно 26. Коэффициент взаимодействия $k_{вз}$ стоит брать из промежутка (0,1; 0,3).

## 6. Вычисление времени выполнения работы

Все значения функций принадлежности и коэффициенты задаются при постановке задачи, а вот процесс определения множества работников, назначенных на задачу, еще не определен. Для решения такой задачи очень сложно подобрать критерий, ведь время выполнения работы задается в виде нечеткой функции. Если ограничиться только одним значением, например, взять пессимистичное время выполнения работы, т.е. время $t$ при котором функция принадлежности $\nu_j(t) = 1$.

Для более сложных вариантов можно использовать время выполнения работы, вычисленное с помощью интеграла функции принадлежности:

$$t_{\text{инj}} = \int_{t_o}^{t_p} t \times \nu_j(t)\,dt \,/ \int_{t_o}^{t_p} \nu_j(t)\,dt,$$

где $t_p = \min(t)$, для $\nu_j(t) = 1$; $t_o = \max(t)$, для $\nu_j(t) = 0$.

Данный параметр не совсем отражает время, требуемое на выполнения работы. Он учитывает все возможные времена выполнения работы, т.е. чем уже несущее множество у функции принадлежности, тем меньше будет этот параметр.

Предположив, что функция принадлежности нечеткой переменной времени выполнения работы может отражать функцию распределения вероятности выполнения работы в конкретное время, можно воспользоваться математическим ожиданием (и вторым начальным моментом) времени выполнения работы, вычисленного по формулам.

$$f\nu_j(t) = \frac{d\nu_j(t)}{dt}$$

$$t_{\text{мо}j} = \int_{-\infty}^{+\infty} t \times f\nu_j(t)\,dt$$

$$t_{\alpha 2\,j} = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 \times f\nu_j(t)\,dt$$

Так как функция принадлежности является кусочной, линейной функцией, то значение производной между точками будет постоянно. Это значение близко к времени выполнения работы, вычисленное по методу PERT. Вычисление математического ожидания для подобных функций достаточно простое.

Все предложенные значения не могут полностью отразить полноту нечеткой функции времени выполнения работы и, поэтому, оптимизация по вычисленным временам (пессимистичное, интегральное или математическое ожидание времени выполнения работы) может давать различные решения для задачи назначения работников. Для таких задач рекомендуется применять алгоритмы, позволяющие быстро находить рациональные решения, которые могут быть одинаково хороши по различным критериям.[14–17] Одним из таких алгоритмов можно считать метод муравьиных колоний, который исходя из вероятностной сути поиска решений позволяет быстро находить рациональные решения [18, 19]. Кроме предложенных алгоритмов стоит рассмотреть возможность использования лингвистических переменных как для задания времени выполнения работы, так и для оценки полученных результатов [20].

## Заключение

В работе рассматривается задача назначения работников на определенные работы и определения времени выполнения задачи этой группой работников. Время выполнения определенной работы для каждого работника предлагается задавать в виде нечеткой функции. Предложен алгоритм, позволяющий вычислить нечеткую функцию времени выполнения рабы в случае, если на нее назначено несколько сотрудников. Предлагается рассмотреть операцию обобщения непрерывных функций принадлежности нечетких функций, заданных на различных несущих множествах, путем поиска значений времени, в которых функция принадлежности будет принимать определенные значения. Данный подход потребовал наложения ограничений на функции принадлежности времен выполнения работы: непрерывность, монотонность и возможность задать в виде кусочной функции. В случае решения задачи назначения работников на работах эти ограничения можно легко удовлетворить. Определены алгоритмы учета времени, необходимого для взаимодействия работников, назначенных на одну работу.

Данная методика была применена для определения времени выполнения работы при решении задачи составлении бригад программистов при разработке программного продукта. При этом рассматривалось около 15 задач и 35 программистов с различным уровнем подготовки. Само назначение работников в данном случае производилось вручную.

## Литература

1. О стратегии научно-технологического развития Российской Федерации: Указ Президента РФ от 01.12.2016 № 642.

2. Зацаринный А.А., Киселев Э.В., Козлов С.В., Колин К.К. Информационное пространство цифровой экономики России. // Концептуальные основы и проблемы формирования. М.: ФИЦ ИУ РАН, 2018. 236 с

3. Акимов В.А., Балашов В.Г., Заложнев А.Ю. Метод нечеткого критического пути // Управление большими системами: сборник трудов. 2003. № 3. С 5–10.

4. Фридлянов М.А. Методы и приемы управ-

ления проектами в сфере промышленного производства // Проблемы рыночной экономики. 2017. № 3. С 17–24.

5. Piegat A. Fuzzy modeling and control. Berlin. Heidelberg: Springer, 2001. 371 p

6. Балашов В.Г., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А. Механизмы управления организационными проектами. М.: ИПУ РАН, 2003, 84 с.

7. Шевляков А.О., Матвеев М.Г. Сравнение различных нечетких арифметик // Искусственный интеллект и принятие решений. 2017. № 4. С. 60–68.

8. Зацаринный А.А., Коротков В.В., Матвеев М.Г. Моделирование процессов сетевого планирования портфеля проектов с неоднородными ресурсами в условиях нечеткой информации // Информатика и ее применения. 2019. Т. 13. Вып. 2. С. 92–99.

9. Kuchta D. "Fuzzy capital budgeting". Fuzzy Sets and Systems. 2000. № 111: 367–385.

10. Лавренова Г.А., Лавренова Е.В. «Анализ методов оценки рисков инвестиционной деятельности предприятия» // ЭКОНОМИНФО. 2018. № 1. С. 71–76.

11. Соколов М.Ю., Маслова С.В. Управление рисками в проектах государственно-частного партнерства // Вестник Санкт-Петербургского университета. Менеджмент. 2013. № 4. С. 100–124.

12. Чернов, В.Г. Основы теории нечетких множеств: учеб. Пособие. Владимир: Изд-во Владимирского государственного унститута, 2010. 96 с.

13. Оре Ойстин Теория графов: Перев. с английского. Изд 2-е. М.: Книжный дом «Либроком», 2009. 352с.

14. Kumanan S., G. J. Jose and K. Raja. Multi-project scheduling using a heuristic and a genetic algorithm. Int. J. Adv. Manuf. Tech. 2006. № 31 (3–4): 360–366

15. Yannibelli V., and A. Amandi A knowledge-based evolutionary assistant to software development project scheduling. Expert Syst. Appl. 2011. № 38 (7): 8403–8413.

16. Mohamed S., McCowan A.K. "Modelling project investment decisions under uncertainty using possibility theory". Int. J. Project Management. 2001. № 19. 231–241.

17. Рач О.Н. Основные процедуры выбора наилучшего вариант инвестирования / О.Н. Рач // Менеджер. Вісник Донецької державної академії управління. 2001. № 3 (15). С. 30–34.

18. Титов Ю.П. Модификации метода муравьиных колоний для разработки программного обеспечения решения задач многокритериального управления поставками // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2017. Т. 13. № 2. С. 64–74.

19. Титов Ю.П. Опыт моделирования планирования поставок с применением модификаций метода муравьиных колоний в системах высокой доступности // Системы высокой доступности. 2018. Т. 14. № 1. С. 27–42.

20. О.В. Россошанская. Метод построения базовых функций принадлежности на основе лингвистической переменной «характер развития системы» // Управление проектами и развитие производства. 2009. №. 4 (32). С. 85–94.

**References**

1. On the strategy of scientific and technological development of the Russian Federation: Decree of the President of the Russian Federation dated 01.12.2016 No. 642.(In Russ.)

2. Zatsarinnyy A. A., Kiselev E. V., Kozlov S. V., Kolin K. K. Information space of the digital economy of Russia. Kontseptual'nyye osnovy i problemy formirovaniya = Conceptual foundations and problems of formation. Moscow: FIC IU RAS; 2018. 236 p. (In Russ.)

3. Akimov V.A., Balashov V.G., Zalozhnev A.YU. Method of fuzzy critical path. Upravleniye bol'shimi sistemami: sbornik trudov = Management of large systems: proceedings. 2003; 3: 5-10. (In Russ.)

4. Fridlyanov M.A. Methods and techniques of project management in the field of industrial production. Problemy rynochnoy ekonomiki = Problems of a market economy. 2017; 3: 17–24. (In Russ.)

5. Piegat A. Fuzzy modeling and control. Berlin. Heidelberg: Springer; 2001. 371 p.

6. Balashov V.G., Zalozhnev A.YU., Novikov D.A. Mekhanizmy upravleniya organizatsionnymi proyektami = Mechanisms of management of organizational projects. Moscow: IPU RAS; 2003. 84 p. (In Russ.)

7. Shevlyakov A. O., Matveyev M. G. Comparison of various fuzzy arithmetic. Iskusstvennyy intellekt i prinyatiye resheniy = Artificial Intelligence and Decision Making. 2017; 4: 60–68. (In Russ.)

8. Zatsarinnyy A. A., Korotkov V. V., Matveyev M. G. Modeling of network planning processes for a portfolio of projects with heterogeneous resources under fuzzy information. Informatika i yeye primeneniya = Informatics and its applications. 2019; 13; 2: 92-99. (In Russ.)

9. Kuchta D. "Fuzzy capital budgeting". Fuzzy Sets and Systems. 2000. №111: 367–385.

10. Lavrenova G.A., Lavrenova Ye.V. «Analysis of methods for assessing the risks of investment activity of the enterprise». EKONOMINFO = ECONOMINFO. 2018; 1: 71-76. (In Russ.)

11. Sokolov Maksim Yur'yevich, Maslova Svetlana Valentinovna. Risk management in public-private partnership projects. Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Menedzhment =

Bulletin of St. Petersburg University. Management. 2013; 4: 100-124. (In Russ.)

12. Chernov V. G. Osnovy teorii nechetkikh mnozhestv : ucheb. Posobiye. = Fundamentals of the theory of fuzzy sets: textbook. Manual. Vladimir: Publishing House of the Vladimir State University; 2010. 96 p. (In Russ.)

13. Ore Oystin Teoriya grafov: Perev. s angliyskogo. Izd 2-ye = Ore Oystin Count Theory: Perev. from English. 2nd ed. Moscow: Book house «Librocom»; 2009. 352p.

14. Kumanan S., G. J. Jose and K. Raja. Multi-project scheduling using a heuristic and a genetic algorithm. Int. J. Adv. Manuf. Tech. 2006. 31 (3-4): 360–366.

15. Yannibelli V., and A. Amandi A knowledge-based evolutionary assistant to software development project scheduling. Expert Syst. Appl. 2011. 38 (7): 8403–8413.

16. Mohamed S., McCowan A.K. "Modelling project investment decisions under uncertainty using possibility theory". Int. J. Project Management. 2001. 19: 231–241.

17. Rach O.N. Basic procedures for choosing the best investment option / O.N. Rach. Menedzher. Vísnik Donets'koí derzhavnoí akademíí upravlínnya = Manager. Newsletter of the Donetsk State Academy of Management. 2001; 3(15): 30-34. (In Russ.)

18. Titov YU.P. Modifications of the ant colony method for developing software for solving multi-criteria supply management problems. Sovremennyye informatsionnyye tekhnologii i IT-obrazovaniye = Modern Information Technologies and IT Education. 2017; 13; 2: 64-74. (In Russ.)

19. Titov YU.P. The experience of modeling supply planning using modifications of the ant colony method in high availability systems. Sistemy vysokoy dostupnosti = High Availability Systems. 2018; 14; 1: 27-42. (In Russ.)

20. O.V. Rossoshanskaya. The method of constructing basic membership functions based on the linguistic variable «nature of the development of the system». Upravleniye proyektami i razvitiye proizvodstva = Project management and production development. 2009; 4 (32): 85-94. (In Russ.)

**Сведения об авторах**

***Владимир Анатольевич Судаков***
*д.т.н., доцент, Ведущий научный сотрудник, Отдел №16*
*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия*
*Эл. Почта sudakov@ws-dss.com*

***Юрий Павлович Титов***
*к.т.н, доцент кафедры №304*
*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия*
*Эл. Почта kalengul@mail.ru*

**Information about the authors**

***Vladimir A. Sudakov***
*Dr. Sci. (Engineering), Associate Professor, Leading Researcher, Department No. 16*
*Keldysh Institute of Applied Mathematics, RAS, Moscow, Russia*
*E-mail: sudakov@ws-dss.com*

***Yuriy P. Titov***
*Cand. Sci. (Engineering), Associate Professor of the Department No. 304*
*Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia*
*E-mail: kalengul@mail.ru*